

# 滚珠丝杠传动系统的刚度模型

刘 衍, 汪劲松, 赵 彤, 叶佩青

(清华大学 精密仪器与机械学系, 北京 100084)

**摘要:** 传动链刚度是机床中滚珠丝杠驱动进给系统建模和辨识的关键。该文基于静力学平衡方程和变形协调条件, 建立了新的丝杠传动链静刚度模型; 结合丝杠两端边界条件, 求解其集中载荷过程激励的二阶波动方程频域 Fourier 变换, 建立了分离参数动刚度模型, 统一了 2 种模型。静刚度模型、动刚度模型低频特性与静刚度模型的一致性、动刚度模型的高频特性均通过仿真和实验进行了验证。

**关键词:** 机床进给系统; 丝杠传动链刚度; 变形协调条件; 分离参数

中图分类号: TG 502.1

文献标志码: A

文章编号: 1000-0054(2011)05-0601-06

## Stiffness model for a ball screw drive system

LIU Yan WANG Jingsong ZHAO Tong YE Peiqing

(Department of Precision Instruments and Mechatronics,  
Tsinghua University, Beijing 100084, China)

**Abstract** The mechanical stiffness is the key to modeling of ball screw drive systems in machine tools. This paper presents a static stiffness model of a ball screw drive system based on the static equilibrium and the deformable coordination. The Fourier transform of the second order wave equation in the complex frequency domain for the exciting of a concentrated load was used in a distributed parameter dynamic model of the ball screw with different boundary conditions on the two ends. This static stiffness model was verified by simulations and experiments. The low frequency characteristics of the dynamic stiffness model accord with the static stiffness model result, while the high frequency characteristics of the dynamic stiffness model agree with frequency response data.

**Key words:** machine tool feed; ball screw drive stiffness; deformation compatibility; distributed parameter

滚珠丝杠传动系统因其高刚度和高精度成为机床等领域中进给系统的关键驱动元件。机械传动链刚度参数化建模是系统设计、性能校核、仿真分析和运动控制的重要依据<sup>[1-2]</sup>。

在传统静刚度计算模型中, 丝杠及其两端轴承均简化为线性弹簧, 并根据丝杠两端轴承固定形式

不同而分别建立了等效弹簧串并联模型<sup>[3]</sup>, 但不包含两端轴承非等刚度固定的形式。

传统动刚度模型中采用刚体集中参数方法建模<sup>[4-5]</sup>, 而不考虑丝杠的动态弹性特性, 限制了其对高速丝杠动态性能的描述。弹性动力学建模中, 有限元方法被广泛采用<sup>[6]</sup>, 但巨大矩阵量和计算误差限制了其在运动控制和模型辨识中的应用; 文[7]以频域波动方程为基础, 采用分离参数动力学建模方法建立了丝杠传动系统的低频动力学模型, 该模型给出了丝杠分离参数建模的边界条件和共振解析。文[8-9]通过弹性力学传递矩阵法, 并结合集中参数模型建立了丝杠传动链的混合参数模型, 该模型通过数学简化可联立到伺服控制模型中, 提高机械系统仿真和运动控制的精度。分离参数建模对求解丝杠作为弹性体的动刚度提供了有效的数学方法。

本文在考虑丝杠与联轴器及两端轴承静力学平衡和变形协调条件的基础上, 提出了适用于不同固定形式的统一的丝杠传动链等效静刚度计算模型; 以弹性杆件轴向集中载荷过程激励的二阶波动方程为基础, 采用分离参数建模的方法, 建立了丝杠传动链的动刚度模型, 并通过仿真和实验验证了所提出的静刚度和动刚度模型, 并对动刚度模型进行了简化。该模型作为分析丝杠传动链刚度特性的新方法, 弥补了传统刚度模型的不足。

## 1 静刚度建模

典型的滚珠丝杠驱动进给系统机械组成如图 1 所示, 其中联结部件(黑色部件)包括联轴器、丝杠两

收稿日期: 2010-06-23

基金项目: 国家重大科学工程项目(ZX04002-021)

作者简介: 刘衍(1981—), 男(汉), 山西, 博士研究生。

通信作者: 赵彤, 副教授, E-mail: zhaotong@mail.tsinghua.edu.cn

端的轴承、驱动工作台运动的丝杠螺母和引导工作台进给的滑块, 执行部件(白色部件)包括伺服电机、丝杠、导轨和工作台。丝杠两端轴承通过轴承座将螺母作用于工作台的轴向推力传递到床身。联结部件相对于执行部件其质量可忽略, 其结合面简化为线性弹簧阻尼单元。

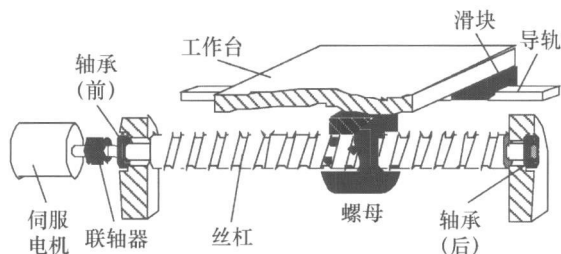


图1 丝杠驱动进给系统装配图

在运动传递方向, 丝杠刚度包括轴向和扭向二自由度, 且轴向和扭向特性一致, 只是结构和联结部件参数不同。本文以丝杠传动链轴向刚度为例完成建模。

图2中, 粗实线为丝杠的外力作用刚性边界。 $K_f$ 和 $K_r$ 分别为前后轴承的等效刚度,  $L_s$ 为丝杠在轴承间的有效长度,  $F_d$ 为丝杠通过螺母作用于工作台的静态推力,  $\hat{q}$ 和 $\hat{q}_r$ 分别为螺母处( $x=l$ )两侧丝杠在轴承处的变形量,  $\hat{\phi}$ 和 $\hat{\phi}$ 分别为两侧轴承的等效弹簧轴向变形量,  $E_s$ 和 $A_s$ 分别为丝杠弹性模量和截面积。

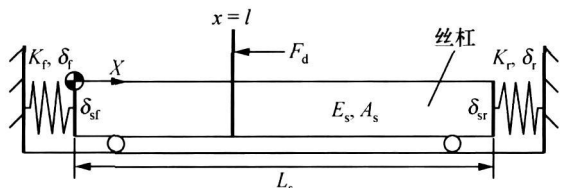


图2 丝杠轴向静力学模型

### 1.1 静力学平衡方程

静力学分析中, 其平衡条件在外载荷作用线上改变, 两侧轴承到螺母范围内丝杠各处应力相等。丝杠的外力作用于丝杠两端轴承和螺母处。前轴承处丝杠的轴向应变 $\epsilon_s = \hat{q}_f / l$ , 对应轴向应力为 $E_s \epsilon_s$ 。轴向应力在丝杠截面积的作用力与轴承的等效弹性力保持平衡:

$$E_s A_s \frac{\hat{q}_f}{l} = K_f \hat{\phi}, \quad (1)$$

同样, 后轴承处轴向应变 $\epsilon_s = \hat{q}_r / (L_s - l)$ , 后轴承等效弹簧的静力学平衡方程为

$$E_s A_s \frac{\hat{q}_r}{L_s - l} = K_r \hat{\phi}. \quad (2)$$

当后轴承采用简支固定形式时, 丝杠在该处可自由伸缩, 则有 $K_r = 0$ ,  $\hat{\delta}_r = 0$ 。

静力学平衡方程确定了螺母两侧丝杠的轴向应力状态。工作台推力 $F_d$ 在螺母处的静力学平衡方程为

$$F_d = E_s A_s \left[ \frac{\hat{q}_f}{l} - \frac{\hat{q}_r}{L_s - l} \right]. \quad (3)$$

上述丝杠和轴承的静力学平衡方程与传统静刚度模型保持一致<sup>[5]</sup>, 传统模型单端固定和两端等刚度固定形式下的静刚度计算公式为

$$\begin{cases} \frac{1}{K_t} = \frac{1}{K_f} + \frac{l}{E_s A_s}, \\ \frac{1}{K_t} = \frac{1}{K_f + K_r} + \frac{1}{\frac{E_s A_s}{l} + \frac{E_s A_s}{L_s - l}}. \end{cases} \quad (4)$$

式(4)中两端固定形式下的轴向刚度相对丝杠中心对称分布。

### 1.2 变形协调条件及静刚度模型

图2中的模型忽略了轴承座变形并以其作为丝杠传动链的轴向边界, 则丝杠两端的伸缩量差值应与两端轴承等效弹簧的伸缩量差值保持一致, 即满足如下变形协调条件:

$$\hat{q}_f - \hat{q}_r = \hat{\phi} - \hat{\phi}. \quad (5)$$

为求取从推力 $F_d$ 到前轴承座范围内的机械传动部件等效刚度, 轴承和丝杠各部分的变形表示为

$$\begin{cases} \hat{q}_f = \frac{F_d}{k_{sf}}, \\ \hat{q}_r = \frac{F_d}{k_{sr}}, \\ \hat{\phi} = \frac{F_d}{k_f}, \\ \hat{\phi} = \frac{F_d}{k_r}. \end{cases}$$

其中 $k_{sf}$ 、 $k_{sr}$ 、 $k_s$ 和 $k_r$ 分别表示轴承和丝杠各变形对应的等效刚度, 根据式(1)~(3)和(5)求得:

$$\begin{cases} k_{sf} = \lambda \frac{E_s A_s}{l}, \\ k_{sr} = \frac{\lambda}{n} \frac{E_s A_s}{l} (l \neq L_s), \\ k_f = \lambda K_f, \\ k_r = \frac{\lambda}{n} \frac{L_s - l}{l} K_r. \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} \lambda = \frac{K_f K_r L_s + E_s A_s (K_f + K_r)}{K_f [(L_s - l) K_r + E_s A_s]}, \\ n = \frac{(L_s - l) K_r (E_s A_s + l K_f)}{l K_f [(L_s - l) K_r + E_s A_s]}. \end{cases} \quad (7)$$

此时从丝杠左端轴承到螺母处( $x=l$ )的总变形量记为  $\delta = \delta_l + \delta_r$ , 则轴向等效刚度  $K_l$  计算公式为

$$\frac{1}{K_l} = \frac{\delta}{F_d} = \frac{1}{k_l} + \frac{1}{k_{sl}} = \frac{1}{\lambda} \left( \frac{1}{K_l} + \frac{l}{E_s A_s} \right). \quad (8)$$

丝杠单端固定时  $\lambda=1$ , 式(8)与式(4)相同。扭转方向丝杠只有左侧联轴器固定, 因此其模型与轴向单端固定形式一致。

## 2 动刚度建模

与其他执行部件相比, 丝杠为细长杆件, 在大行程进给系统中其弹性特性不容忽略, 尤其是对系统性能要求高的条件下<sup>[10]</sup>。全闭环伺服控制系统可消除丝杠传动系统的轴向动态误差, 但传动链的刚度限制了控制系统的伺服带宽和动态性能<sup>[7, 10]</sup>。因此, 在机械传动设计校核和动力学建模过程中必须考虑丝杠动态刚度特性的影响。

建立基于分离参数方法的丝杠弹性动力学模型的关键是确定弹性体振型、边界条件、初始状态及激励载荷特性。图3中, 粗实线为丝杠和轴承等的作用边界, 丝杠沿  $x$  轴方向的动态变形记为  $u(x, t)$ , 在丝杠螺母处( $x=l$ )简化为  $u_l(t)$ ,  $F_d(t)$  为轴向推力,  $\rho_s$  为丝杠材料密度,  $N(x, t)$  为丝杠所受动态轴向内力, 其余参数与图2的静力学模型一致。

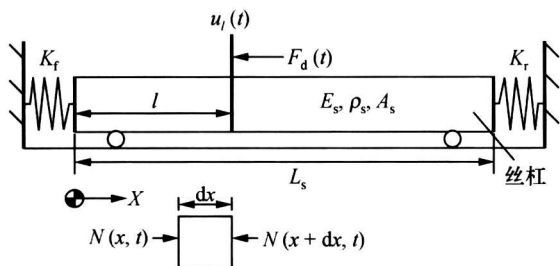


图3 丝杠传动链动刚度模型

由弹性力学可知, 丝杠在过程激励作用下各处轴向变形  $u(x, t)$  的动态振动特性满足杆件轴向受迫振动的二阶波动方程:

$$\frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} + \frac{F(x, t)}{\rho_s A_s}. \quad (9)$$

其中:  $a = \sqrt{E_s/\rho_s}$  为丝杠轴向振动传播速度,  $F(x, t)$  为作用于螺母的  $x$  方向过程激励。

由分离变量原理可知, 轴向变形  $u(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} Y_n(x) H_n(t)$ , 其中  $Y_n(x) = \sin(p_n x/a + \psi_n)$  和  $H_n(t) = A_n \sin(p_n t + \varphi_n)$  分别为丝杠轴向各阶共振频率对应的随位移变化的振型函数和随时间变化的振动状态函数。 $A_n$ 、 $\psi_n$ 、 $p_n$  和  $\varphi_n$  4个待定常数由丝杠的轴向两端边界条件和振动初始状态决定。对于

集中载荷  $F_d(t)$  而言,  $F(x, t) = \delta(x-l)F_d(t)$ , 其中  $\delta(x-l)$  为单位脉冲函数。将  $u(x, t)$  的解代入式(9)得:

$$\sum_{n=1}^{\infty} Y_n(x) \frac{\partial^2 H_n(t)}{\partial t^2} = a^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\partial^2 Y_n(x)}{\partial x^2} H_n(t) + \frac{\delta(x-l)F_d(t)}{\rho_s A_s}. \quad (10)$$

式(10)对应的复频域 Fourier 变换为

$$\sum_{n=1}^{\infty} Y_n(x) H_n(j\omega) (p_n^2 - \omega^2) = \frac{\delta(x-l)F_d(j\omega)}{\rho_s A_s}. \quad (11)$$

式(11)的两边同乘以  $Y_m(x)dx$ ,  $m=1, \dots, n$ , 并从0到  $L_s$  积分得:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[ \int_0^{L_s} Y_m(x) Y_n(x) dx \right] H_n(j\omega) (p_n^2 - \omega^2) = \frac{1}{\rho_s A_s} F_d(j\omega) \int_0^{L_s} Y_m(x) \delta(x-l) dx. \quad (12)$$

由三角函数的正交性可得:

$$A_n^2 \frac{L_s}{2} H_n(j\omega) (p_n^2 - \omega^2) = \frac{F_d(j\omega)}{\rho_s A_s} Y_n(l), \quad (13)$$

则:

$$H_n(j\omega) = \frac{2F_d(j\omega)}{A_n M_s (p_n^2 - \omega^2)} Y_n(l). \quad (14)$$

其中  $M_s = \rho_s A_s L_s$  为丝杠的质量。

丝杠螺母位置变形  $u_l(t)$  的 Fourier 变换为

$$U_l(j\omega) = \frac{2F_d(j\omega)}{M_s} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 \left( \frac{p_n l}{a} + \psi_n \right)}{(p_n^2 - \omega^2)}. \quad (15)$$

### 2.1 边界条件

轴向波动方程 Fourier 变换中的各阶振型函数和共振频率通过丝杠两端边界条件确定。丝杠两端动态变形的轴向应力与轴承等效弹簧力保持平衡, 即

$$\begin{cases} E_s A_s \frac{\partial U(x, j\omega)}{\partial x} \Big|_{x=0} = K_l U(0, j\omega), \\ E_s A_s \frac{\partial U(x, j\omega)}{\partial x} \Big|_{x=L_s} = K_r U(L_s, j\omega). \end{cases} \quad (16)$$

将式(16)代入振型和振动状态表达式可求得轴向变形的振型函数  $Y_n(x)$  和共振频率  $p_n$  的表达式:

$$\begin{cases} Y_n(x) = \sqrt{1 + \left( \frac{E_s A_s p_n}{K_l a} \right)^2} \sin \left( \frac{p_n}{a} x + \varphi_n \right), \\ \tan \varphi_n = \frac{E_s A_s p_n}{K_l a}, \\ \tan \frac{p_n L_s}{a} = \frac{(K_l + K_r) E_s A_s p_n a}{(E_s A_s p_n)^2 - K_l K_r a^2}. \end{cases} \quad (17)$$

式(17)确定了式(15)中的丝杠螺母位置动态变

形,进而可以求得丝杠轴向动态变形表达式。

## 2.2 轴向和扭向动刚度

在丝杠轴向上,前轴承到工作台推力的动刚度表达式与静刚度类似:

$$\frac{1}{K_l(j\omega)} = \frac{U_l(j\omega)}{F_d(j\omega)} = \frac{2}{M_s} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2\left(\frac{p_n l}{a} + \varphi_n\right)}{(p_n^2 - \omega^2)} \quad (18)$$

丝杠弹性动刚度由各阶共振模态组成,模态幅值随共振频率增大而骤减。比较式(8)和(18)可知:丝杠传动链的刚度特性由其自身特性和螺母位置决定。当激励频率 $\omega$ 接近共振频率时,动刚度最小; $\omega$ 接近0时,动刚度低频特性应与静刚度特性一致。

扭转方向动刚度边界条件为左端联轴器联结,右端自由转动。扭转动刚度表达式为

$$\frac{1}{K_t(j\omega)} = \frac{2R}{J_s} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2\left(\frac{\bar{p}_n l}{a} + \psi_n\right)}{(p_n^2 - \omega^2)} \quad (19)$$

其中: $J_s$ 为丝杠惯量, $R=r/2\pi$ ( $r$ 为丝杠导程), $a=\sqrt{G_s/\rho_s}$ ( $G_s$ 为丝杠剪切模量), $\psi$ 和 $\bar{p}_n$ 的计算方法与轴向类似。

## 3 轴向刚度仿真和实验

为验证本文的静刚度和动刚度模型,系统仿真和实验在图4所示的平台上完成。左端采用NSK的15TAC47BDFC9机床专用高精度推力角接触球轴承,右端分别采用自由伸缩和51203推力球轴承固定,以验证两端不同固定形式下的轴向刚度特性。实验平台的详细参数如表1所示。仿真在Matlab环境下进行。

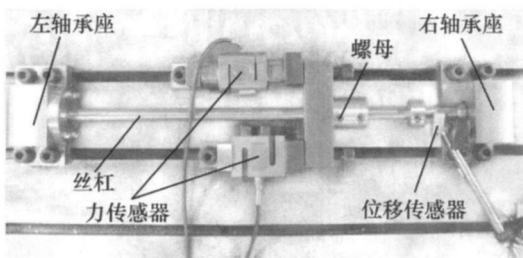


图4 静刚度实验平台

表1 实验平台参数

丝杠长度 $L_s$ /mm	600
丝杠直径 $D_s$ /mm	20
丝杠弹性模量 $E_s$ /GPa	206
丝杠密度 $\rho_s$ /( $\text{kg}\cdot\text{dm}^{-3}$ )	7.80
左轴承刚度 $K_l$ /( $\text{MN}\cdot\text{m}^{-1}$ )	500
右轴承刚度 $K_r$ /( $\text{MN}\cdot\text{m}^{-1}$ )	120

## 3.1 静刚度模型实验

2个力传感器测量螺母轴向力,同时平衡螺母的外力矩。在0~500mm范围内以100mm为间隔施加5kN推力,1 $\mu\text{m}$ 精度的电涡流位移传感器测量螺母变形。

两端不同固定形式下的静刚度仿真和实验曲线如图5所示,实验数据由3次测量结果的最小二乘法拟合计算。左侧轴承因为刚度较高而产生较大测量误差。单端固定的两种静刚度模型仿真结果均与实验一致(2种刚度模型仿真曲线重合);两端固定时,新的静刚度模型与实验曲线一致,两端刚度不对称分布,且端部刚度接近轴承刚度。

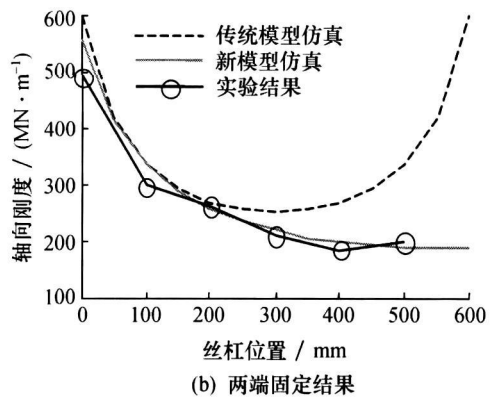
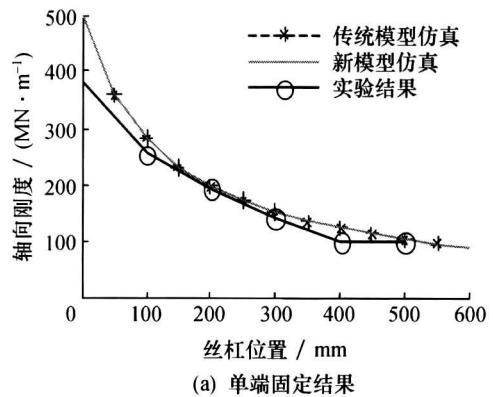


图5 静刚度实验平台两种模型结果对比

## 3.2 动刚度模型低频特性仿真

动刚度低频特性通过与静刚度结果的对比来验证。在动刚度仿真中考虑计算精度和模型简化而只计算前3项级数。对比曲线如图6所示。

不同固定形式下动静刚度模型结论一致。左端轴承处,动刚度有限项级数误差较大,但前3项叠加结构已在误差范围内逼近静刚度。动刚度可用前3项级数简化。

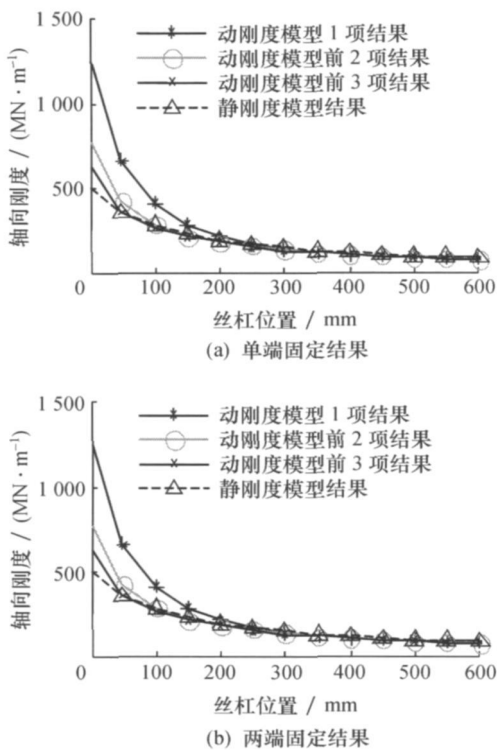


图 6 实验平台静刚度和动刚度低频特性各项级数仿真对比

### 3.3 动刚度模型高频特性实验

动刚度模型的高频特性主要描述的是影响进给系统动态特性的机械共振<sup>[10-12]</sup>, 本文通过对表 2 所示丝杠驱动进给系统的频响特性测试来验证动刚度模型的高频特性。

表 2 频响实验丝杠传动链参数

丝杠长度 $L_s$ / mm	1 208
丝杠直径 $D_s$ / mm	40
左轴承刚度 $K_{l1}$ / (MN · m <sup>-1</sup> )	1 050
右轴承刚度 $K_{r1}$ / (MN · m <sup>-1</sup> )	530
联轴器刚度 $K_c$ / (kN · m <sup>2</sup> · rad <sup>-1</sup> )	52

依据轴向和扭向共振频率的计算公式, 表 2 中丝杠对应的前两阶轴向和扭向共振频率如表 3 所示。其中 458 Hz 在所研究进给系统伺服带宽范围内应予以关注, 其他频率因为大于 1 000 Hz 而暂不考虑。

表 3 丝杠轴向和扭向共振频率

	轴向 / kHz	扭向 / kHz
第一阶	1. 386	0. 458
第二阶	2. 994	1. 406

频响测试在进给系统的位置闭环进行, 基于动

刚度的伺服模型应该能描述集中参数模型中 100 Hz 的工作台轴向共振和丝杠扭转共振, 仿真和实验曲线如图 7 所示。

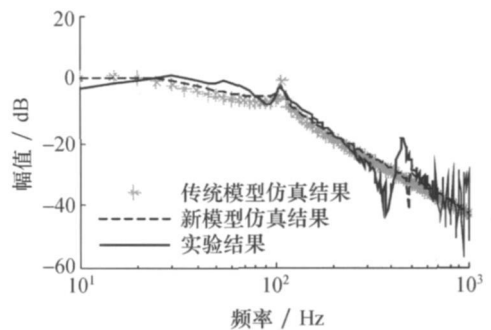


图 7 进给系统位置闭环频响仿真和测试曲线

实验结果包含 105 Hz 工作台轴向共振。新刚度模型增加了 440 Hz 的丝杠一阶扭转共振频率, 丝杠轴向及高阶扭向共振频率因高频噪声而未测得。进给系统的位置环带宽约 100 Hz, 考虑其速度环带宽, 必须抑制 500 Hz 以内的丝杠扭振。本文中的动刚度模型能更精确地描述丝杠传动链的动力学特性。

## 4 结 论

本文建立了丝杠传动系统新的静刚度和动刚度模型, 并实现了 2 种模型的统一。与传统静刚度模型相比, 新静刚度模型统一了不同轴承固定形式下的模型, 修正了传统模型的不足。利用二阶波动方程的频域 Fourier 变换求解的丝杠传动链动刚度模型包含了丝杠两端轴承及联轴器处的边界条件, 并且描述了丝杠轴向和扭向的共振模态, 而集中参数模型只包含工作台的轴向刚体共振。在所建立的实验平台上验证了本文所建立静刚度模型的正确性; 仿真验证了动刚度模型低频特性与静刚度模型结论的一致, 且动刚度模型前 3 项级数简化模型可取得良好的近似解; 进给系统伺服频响实验结果验证了进给系统动态特性中包含了丝杠扭转共振。本文所建立的丝杠刚度模型可作为丝杠驱动进给系统结构设计和伺服控制建模的重要参考。

### 参考文献 (References)

- [1] Kim M S, Chung S C. Integrated design methodology for high-precision/ speed servomechanisms [J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 2005, 219(8): 843-852.
- [2] Maj R, Modica F, Bianchi G. Machine tools mechatronic analysis [J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B. Journal of Engineering Manufacture*, 2006, 220(3): 345-353.

- [3] Kim M, Chung S. A systematic approach to design high-performance feed drive systems [J]. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 2005, **45**(12): 1421-1435.
- [4] Ebrahimi M, Whalley R. Analysis, modeling and simulation of stiffness in machine tool drives [J]. *Computers & Industrial Engineering*, 2000, **38**(1): 93-105.
- [5] Dequidt A, Castelain J M, Valdès E. Mechanical pre-design of high performance motion servomechanisms [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2000, **35**(8): 1047-1063.
- [6] Zaeh M F, Oertli T, Milberg J. Finite element modelling of ball screw feed drive systems [J]. *CIRP Annals-Manufacturing Technology*, 2004, **53**(1): 289-292.
- [7] Varanasi K K, Nayfeh S A. The dynamics of lead-screw drives: low-order modeling and experiments [J]. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 2004, **126**: 388.
- [8] Whalley R, Ebrahimi M, Abdul-Ameer A A. Hybrid modelling of machine tool axis drives [J]. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 2005, **45**(14): 1560-1576.
- [9] Whalley R, Ebrahimi M, Abdul-Ameer A, et al. Optimum machine tool axis traverse regulation [J]. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 2006, **46**(14): 1835-1853.
- [10] Erkorkmaz K, Kamalzadeh A. High bandwidth control of ball screw drives [J]. *CIRP Annals-Manufacturing Technology*, 2006, **55**(1): 393-398.
- [11] Kamalzadeh A, Erkorkmaz K. Accurate tracking controller design for high-speed drives [J]. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 2007, **47**(9): 1393-1400.
- [12] Kamalzadeh A, Erkorkmaz K. Compensation of axial vibrations in ball screw drives [J]. *CIRP Annals-Manufacturing Technology*, 2007, **56**(1): 373-378.

(上接第 600 页)

- [7] Salas V, Olias E, Barrado A, et al. Review of the maximum power point tracking algorithms for stand-alone photovoltaic systems [J]. *Sol Energy Mater Sol Cells*, 2006, **90**(11): 1555-1578.
- [8] Liu L Q, Wang Z X. A variable voltage MPPT control method for photovoltaic generation system [J]. *WSEAS Trans Circuits Syst*, 2009, **8**(4): 335-349.
- [9] 杨柳, 周维维, 杜雄. 单周控制光伏并网系统的最大功率控制研究 [J]. 哈尔滨工程大学学报, 2009, **30**(12): 1386-1392.  
YANG Liu, ZHOU Luowei, DU Xiong. Research on MPPT applied in a grid-connected photovoltaic system with one cycle control [J]. *J Harbin Eng Univ*, 2009, **30**(12): 1386-1392. (in Chinese)
- [10] 刘树, 刘建政, 赵争鸣, 等. 基于改进 MPPT 算法的单级式光伏并网系统 [J]. 清华大学学报(自然科学版), 2005, **45**(7): 873-976.  
LIU Shu, LIU Jianzheng, ZHAO Zhengming, et al. One-level photovoltaic grid-connected system based on an improved MPPT algorithm [J]. *J Tsinghua Univ (Sci & Tech)*, 2005, **45**(7): 873-876. (in Chinese)
- [11] 王宁, 翟庆志, 徐亮. 一种中小型光伏系统 MPPT 的算法研究 [J]. 现代电子技术, 2010, **33**(6): 168-170.  
WANG Ning, ZHAI Qingzhi, XU Liang. Research on MPPT Algorithm in Medium & Small Size PV System [J]. *Mod Electron Tech*, 2010, **33**(6): 168-170. (in Chinese)
- [12] Patel M. Wind and Solar Power Systems: Design, Analysis and Operation [M]. CRC Press, 2006.
- [13] Walker G. Evaluating MPPT converter topologies using a MATLAB PV model [J]. *J Electr Electron Eng, Australia*, 2001, **21**(1): 49-55.
- [14] 张晴原. 中国建筑用标准气象数据库 [M]. 机械工业出版社, 2004.  
ZHANG Qingyuan. Architecture Standard Meteorological Database [M]. China Machine Press, 2004.