

基于球面贝塞尔的姿态过渡与插补方法

张少林^{1,2} 景奉水¹ 王 硕^{1,2}

(1 中国科学院自动化研究所复杂系统管理与控制国家重点实验室,北京 100190; 2 中国科学院大学,北京 100190)

摘要 为了避免机器人姿态规划中反复加减速运动,节省时间,提出一种基于球面贝塞尔曲线的过渡和插补方法,用于相邻运动指令之间的姿态过渡.首先,将相邻指令的起始姿态和终点姿态表示为四元数;然后,提出球面贝塞尔曲线控制顶点的选择方法,并分析了该方法的连续性;最后,利用对球面贝塞尔曲线求导和S型加减速方法给出了插补方法,并考虑了计算的简便性.在六自由度机器人上的实验表明:角速度和旋转轴快速地过渡到下一条指令的状态,具有较好的平滑性.插补过程采用迭代求导方式,具有很好的计算简便性.

关键词 姿态过渡; 球面贝塞尔; 姿态插补; 姿态平滑; 轨迹规划

中图分类号 TP242.2 **文献标志码** A **文章编号** 1671-4512(2017)10-0075-05

Orientation transition and interpolation method based on spherical Bezier

Zhang Shaolin^{1,2} Jing Fengshui¹ Wang Shuo^{1,2}

(1 State Key Laboratory of Management and Control for Complex Systems, Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China; 2 University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

Abstract In the robot orientation planning, a transition and interpolation method based on spherical Bezier curve was proposed for the orientation transition between adjacent motion commands to avoid frequently acceleration and deceleration movement and reduce time. Firstly, the starting and ending orientations of the adjacent commands were expressed as quaternion. Then, the selection method for the control points of spherical Bezier curve was proposed, and its continuity was analyzed. Finally, an interpolation method was given on the basis of the derivative of the spherical Bezier curve and S-type acceleration and deceleration methods, taking the simplicity of calculation into account. The experiments show that the angular velocity and the rotational axis of a 6 degree of freedom (DOF) robot transit rapidly to the next command state with better smoothness. The interpolation process employes iterative method, which has good calculation simplicity.

Key words orientation transition; spherical Bezier; orientation interpolation; orientation smoothness; trajectory planning

在机器人直线、圆弧等指令中,伴随着空间位置的变化,姿态也发生相应改变.位置指令包含不同的空间位移形状,姿态的轨迹则不同,指令首末点姿态的变化相当于绕旋转轴旋转了一定角度值,除了要保证位置坐标的连续性外,还须保证姿态的光滑性.为了避免相邻指令之间姿态速度的

停顿,须插入一段姿态过渡曲线,使旋转轴和角速度快速变化到下一个指令所要求的状态,减少加减速过程,避免停顿.

在姿态的几种表示方法中,四元数被广泛应用于插补计算.文献[1]将直线段的线性插补方法拓展到球面最大圆弧的插补,提出了 Slerp(四元

收稿日期 2017-04-16.

作者简介 张少林(1988-),博士研究生,E-mail: zhangshaolin2015@ia.ac.cn.

基金项目 国家自然科学基金资助项目(61421004,61233014,61333016);北京市科技计划课题资助项目(z171100000817009).

数球面线性插补)方法,得到了从起始姿态到终点姿态的匀速插补序列点.此后,基于 Slerp 方法的机器人路径插补研究和应用快速发展^[2-3],但是该方法仅适用于两个姿态点之间的连续插补,在多条指令接合处存在停顿或者速度跳跃.

给定多个路径点姿态,文献[4]的 Squad(四元数球面样条插补)方法可以产生一条轨迹连续地经过这些点.该方法在相邻两个点之间插入了两个控制点,一起构成四个控制顶点,经过三次 Slerp 计算,得到了姿态的轨迹路径.受贝塞尔曲线在三维空间插补方法的启发,球面贝塞尔曲线^[5-6]也用于多点姿态的连续插补.通过将三维空间的 Lerp(线性插补)方法替换为 Slerp,多次迭代得到不同阶次球面贝塞尔曲线.此外,文献[7]将曲面上的一系列点正交投影到平面上,在平面上做贝塞尔曲线规划,然后再变换到曲面上,得到光滑的轨迹.这些方法都是在给定了一系列路径点之后,求取光滑连接的姿态轨迹.

四元数常用的插补方法依赖于线性参数 μ 从 0~1 逐步递增来实现^[4],也有其他比较少用的方法,如文献[8]将球面贝塞尔当成二维曲面来插补,添加了另外一个维度的参数 v .将角速度与四元素对应的球面贝塞尔插补方法研究较少,文献[9]将正弦加速度轨迹方法应用于 Slerp 的插补.

与位置过渡方法类似,姿态过渡要求在给定光滑程度的情况下,求取相邻指令之间快速转换的方法,允许存在一定偏差.针对该问题的姿态规划方法较为少见.球面贝塞尔曲线可以应用于该问题,但尚无关于过渡轨迹的控制点的选取方法和轨迹连续性的研究.针对该轨迹,在给定运动学约束条件下的角速度插补方法也少有研究.本研究根据机器人运动指令的过渡需要,给出了球面贝塞尔曲线过渡的控制点选取方法,分析了轨迹能够达到的连续性.通过 S 型加减速方法,在角速度满足运动学约束的条件下,对球面贝塞尔轨迹求导,给出插补过程,具有较好的计算简便性.

1 四元数插补问题

在机器人程序中,设置了过渡的有关参数,包括是否过渡、过渡参数和运动学约束.以如下机器人运动指令为例

MovL EndPose1, Dynamic1, Overlap1;

MovC EndPose2, AuxPose, Dynamic2, Overlap2,

其中: MovL 和 MovC 分别为直线和圆弧指令;

EndPose1 和 EndPose2 为终点的位姿; Dynamic1 和 Dynamic2 包含了姿态运动的最大速度、最大加速度和最大加加速度等约束; Overlap1 和 Overlap2 包含了是否过渡和过渡参数.当指令 MovL 设置了须过渡时,在 MovL 和 MovC 之间插入过渡轨迹. Overlap 中的过渡参数设置了过渡点与终点的位移差.在 PLCopen^[10]中定义了不同的参数表示的含义.

姿态可以用四元数表示,然后在单位球面上呈现^[4],有

$$q = \cos(\theta/2) + \sin(\theta/2)v, \tag{1}$$

式中: $\theta \in [-\pi, \pi]$ 为旋转的角度; $v \in \mathbf{R}^3$ 为旋转轴矢量.

如图 1 所示,假设 MovL 指令对应的姿态从起始点 A 运动到点 B, MovC 指令对应的姿态从点 B 到点 C. 点 A, B 和 C 具有式(1)的形式. 过渡点 P_0 和 P_1 到点 B 的角度差 θ 为可设置的参数.

过渡轨迹须在 P_0 和 P_1 处分别满足方向相切、角速度 ω 连续及曲率 κ 相等,并且在整个过渡阶段满足姿态连续.

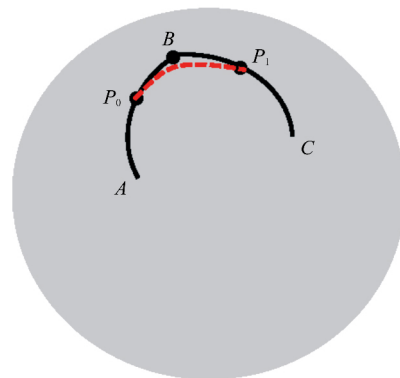


图 1 姿态过渡的过程示意图

2 过渡方法

2.1 四元数插补

在三维空间中,给定起始点坐标 $P_0 = (x_0, y_0, z_0)$ 和终点坐标 $P_1 = (x_1, y_1, z_1)$, 直线段的插补可以表示为

$$L_{\text{erp}}(P_0, P_1, \mu) = (1 - \mu)P_0 + \mu P_1 \tag{2}$$

$(\mu \in [0, 1])$.

与此类似,给定起始姿态和终点姿态对应的单位四元数 $q_0 = [s_0, (x_0, y_0, z_0)]$ 和 $q_1 = [s_1, (x_1, y_1, z_1)]$, 基于四元数的线性插补^[1]为

$$S_{\text{lerp}}(q_0, q_1, \mu) = q_0(q_0^{-1}q_1)^\mu = \frac{\sin(1-\mu)\theta}{\sin\theta}q_0 + \frac{\sin\mu\theta}{\sin\theta}q_1 \tag{3}$$

$(\mu \in [0, 1])$.

该插补轨迹为单位球面上的一段最大圆弧.

μ 引导曲线从 q_0 过渡到 q_1 . 四元数的插补与直线段的插补方法类似,在相邻指令之间的过渡段也与相邻直线段的过渡方法类似,不存在直线到圆弧的过渡和圆弧到圆弧的过渡情况.

2.2 贝塞尔曲线

给定 $n+1$ 个控制顶点 $P_i (i=0, 1, \dots, n)$, n 次贝塞尔曲线的表示为

$$C(\mu) = \sum_{i=0}^n B_{i,n}(\mu) P_i, \quad (4)$$

式中 $B_{i,n}$ 为 n 次伯恩斯坦多项式,有

$$B_{i,n}(\mu) = C_n^i \mu^i (1-\mu)^{n-i}. \quad (5)$$

贝塞尔曲线具有一些较好的特性,适合用于轨迹的过渡. 贝塞尔曲线的凸包特性,能够保证过渡曲线不会偏离控制点的凸包,变差减少性可以保证过渡段的平滑性. 通过设置贝塞尔曲线的顶点,能够控制曲线上始末点的位置和导数. 伯恩斯坦多项式可以通过下式求解,即

$$B_{i,n}(\mu) = (1-\mu)B_{i,n-1}(\mu) + \mu B_{i-1,n-1}(\mu), \quad (6)$$

式中 $B_{i,n}(\mu) \equiv 0 (i < 0 \text{ 或 } i > n)$. $B_{i,n}$ 的上述特性提供了递推计算的方法.

2.3 球面贝塞尔过渡曲线

给定四元数 $q_j (j=0, 1, 2, 3)$, 三次贝塞尔曲线的计算过程为

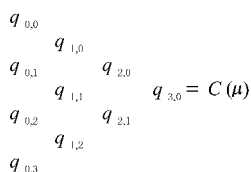


图 2 贝塞尔曲线计算的三角阵列法

$q_{n,j}$ 的计算方法为

$$q_{n,j} = q_{n-1,j} (q_{n-1,j}^{-1} q_{n-1,j+1})^\mu. \quad (7)$$

依次迭代计算,得

$$C(\mu) = q_{0,0}^{(1-\mu)^3} q_{0,1}^{3\mu(1-\mu)^2} q_{0,2}^{3\mu^2(1-\mu)} q_{0,3}^{\mu^3}. \quad (8)$$

与相邻直线段的过渡类似,选择三次贝塞尔曲线来实现姿态的过渡. $q_{0,0}$ 选择为过渡起始点 q_{P_0} , $q_{0,3}$ 选择为过渡终点 q_{P_1} , $q_{0,1}$ 和 $q_{0,2}$ 选择为指令的交点 q_B , 即:

$$\begin{aligned} q_{0,0} &= q_{P_0}; \\ q_{0,1} &= q_{0,2} = q_B; \\ q_{0,3} &= q_{P_1}. \end{aligned} \quad (9)$$

该过渡曲线的控制点选择方法的连续性分析如下.

a. 选择 $(q_{0,0}, q_{0,1}, q_{0,2}, q_{0,3})$ 为过渡曲线控制点时,过渡段轨迹在 P_0 和 P_1 处连续.

直接代入式(8)得:

$$C(\mu) = \begin{cases} q_{0,0} & (\mu = 0); \\ q_{0,3} & (\mu = 1). \end{cases} \quad (10)$$

b. 选择 $(q_{0,0}, q_{0,1}, q_{0,2}, q_{0,3})$ 为过渡曲线控制点时,过渡轨迹在 P_0 和 P_1 处方向连续. 在点 P_0 处,对式(8)求一阶导数得

$$C'(\mu) = -3q_{0,0}(\log q_{0,0} - \log q_{0,1}) (\mu = 0). \quad (11)$$

从 q_A 到 q_B 的规划为式(3),对式(3)在 P_0 处求导得

$$\begin{aligned} \partial S_{\text{lerp}}(q_A, q_B, \mu) / \partial \mu |_{\mu=\mu_{P_0}} &= \\ q_{P_0} (\log q_B - \log q_A). \end{aligned} \quad (12)$$

对比式(11)和(12),因为 $\log q_{0,0} - \log q_{0,1}$ 与 $\log q_B - \log q_A$ 只差一个负的实数因子,所以两者的向量部分成正比关系,过渡段曲线与原姿态轨迹相切. 同理可得过渡曲线与轨迹 BC 在点 P_1 处也相切.

c. 选择 $(q_{0,0}, q_{0,1}, q_{0,2}, q_{0,3})$ 为过渡曲线控制点时,过渡段轨迹在 P_0 和 P_1 处曲率连续. 在点 P_0 处,对式(8)求二阶导数得

$$C''(\mu) = 3q_{0,0}(3\log^2 q_{0,0} + \log q_{0,0}(2 - 6\log q_{0,1}) + 3\log^2 q_{0,1} - 4\log q_{0,1} + 2\log q_{0,2}). \quad (13)$$

将式(9)代入式(13)得

$$C''(\mu) = 3q_{0,0}[3(\log q_{0,0} - \log q_{0,1})^2 + 2(\log q_{0,0} - \log q_{0,1})]. \quad (14)$$

对式(3)在 P_0 处求二阶导数得

$$\begin{aligned} \partial^2 S_{\text{lerp}}(q_A, q_B, \mu) / \partial^2 \mu |_{\mu=\mu_{P_0}} &= \\ q_{P_0} (\log q_B - \log q_A)^2. \end{aligned} \quad (15)$$

考虑曲率公式

$$\kappa = |C'(\mu)v \times C''(\mu)v| / |C'(\mu)v|^3. \quad (16)$$

将式(12)和(15)代入式(16),原轨迹 AB 在点 P_0 处的曲率为

$$\begin{aligned} \kappa_{S_{\text{lerp}}} |_{P_0} &= | [q_{P_0} \{0, \mathbf{V}_{AB}\}]v \times [q_{P_0} \{0, \\ \mathbf{V}_{AB}\}^2]v | / | [q_{P_0} \{0, \mathbf{V}_{AB}\}]v |^3, \end{aligned} \quad (17)$$

式中: \mathbf{V}_{AB} 为四元数计算 $q_A^{-1} q_B$ 的结果的向量; θ_{AB} 为 $q_A^{-1} q_B$ 的 θ 值. 又有

$$\log(q_A^{-1} q_B) = \{0, \theta_{AB} \mathbf{V}_{AB}\}. \quad (18)$$

将式(11)和(14)代入式(16),过渡曲线在点 P_0 处的曲率为

$$\begin{aligned} \kappa_{C(\mu)} |_{q_{0,0}} &= | [q_{0,0} \{0, \mathbf{V}_{AB}\}]v \times [q_{0,0} \{0, \\ \mathbf{V}_{AB}\}^2]v | / | [q_{0,0} \{0, \mathbf{V}_{AB}\}]v |^3. \end{aligned} \quad (19)$$

对比式(17)和(19),两者曲率相等. 同理可得,在点 P_1 处,过渡曲线与原轨迹 BC 在点 P_1 处的曲率相等.

综上所述可知:按照式(9)选择 $(q_{0,0}, q_{0,1},$

$q_{0,2}, q_{0,3}$)为球面贝塞尔的控制顶点,过渡曲线具有较好的连续性.

3 球面贝塞尔插补方法

在已知球面贝塞尔的轨迹后,根据机器人运动指令中的 Dynamic 参数和当前姿态 $q_k (k=1, 2, \dots, n)$, 插补得到下一个姿态 q_{k+1} . 设

$$q_k^{-1} q_{k+1} = [\cos(\theta_k/2), \sin(\theta_k/2) \mathbf{v}_k], \quad (20)$$

首先,根据 S 型加减速算法^[11-12],在满足 Dynamic 约束的情况下,求取当前姿态速度 ω_k , 则有

$$\theta_k = \omega_k T, \quad (21)$$

式中 T 为插补周期.

设下一步球面贝塞尔的步长为 $d\mu_k$, 有

$$q_{k+1} = q_k + C'(\mu_k) d\mu_k. \quad (22)$$

由于 $q_k^{-1} q_{k+1}$ 的实部为 $q_k q_{k+1}$, 由式(20)可得

$$\cos(\theta_k/2) = q_k q_{k+1}. \quad (23)$$

由式(21)~(23)可得

$$d\mu_k = [\cos(\omega_k T/2) - 1] / [q_k C'(\mu_k)]. \quad (24)$$

因此,若已知 $C'(\mu_k)$, 则可求得球面贝塞尔曲线的步长 $d\mu_k$.

由图 2 和式(7)可以求得:

$$\begin{aligned} \dot{q}'_{1,0} &= q_{1,0} \log(q_{0,0}^{-1} q_{0,1}); \\ \dot{q}'_{1,1} &= q_{1,1} \log(q_{0,1}^{-1} q_{0,2}); \\ \dot{q}'_{1,2} &= q_{1,2} \log(q_{0,2}^{-1} q_{0,2}); \\ \dot{q}'_{2,0} &= (1-\mu)(q_{1,0}^{-1} q_{1,1})^\mu \dot{q}'_{1,0} + \mu(q_{1,0} \cdot q_{1,1}^{-1})^{(1-\mu)} \dot{q}'_{1,1} + q_{2,0} \log(q_{1,0}^{-1} q_{1,1}); \\ \dot{q}'_{2,1} &= (1-\mu)(q_{1,1}^{-1} q_{1,2})^\mu \dot{q}'_{1,1} + \mu(q_{1,1} \cdot q_{1,2}^{-1})^{(1-\mu)} \dot{q}'_{1,2} + q_{2,1} \log(q_{1,1}^{-1} q_{1,2}); \\ \dot{q}'_{3,0} &= (1-\mu)(q_{2,0}^{-1} q_{2,1})^\mu \dot{q}'_{2,0} + \mu(q_{2,0} \cdot q_{2,1}^{-1})^{(1-\mu)} \dot{q}'_{2,1} + q_{3,0} \log(q_{2,0}^{-1} q_{2,1}). \end{aligned} \quad (25)$$

经过逐步迭代求导,可求得 $C'(\mu_k) = \dot{q}'_{3,0} |_{\mu_k}$.

球面贝塞尔插补算法的流程图如图 3 所示.

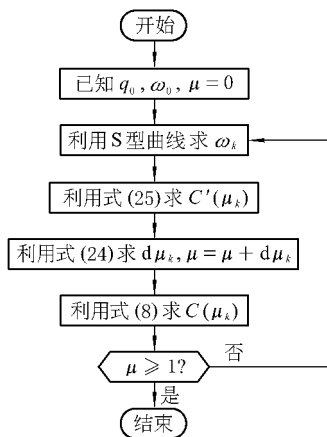
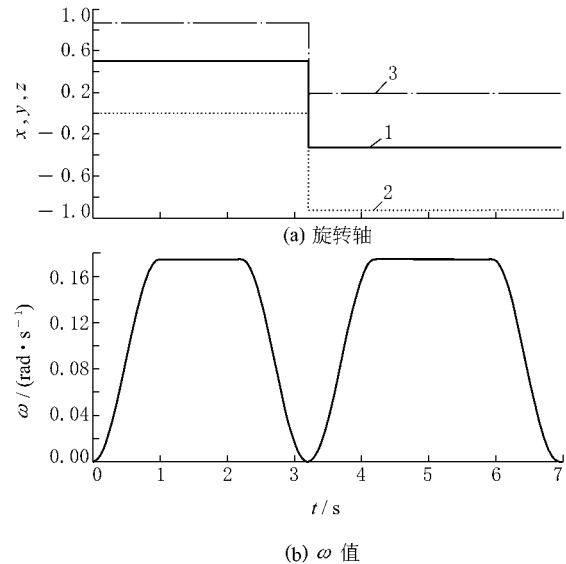


图 3 球面贝塞尔插补算法流程图

4 实验结果

该球面贝塞尔姿态过渡与插补方法在六自由度埃夫特机器人 ER20 上进行了测试. 测试时,使用倍福控制器 CX5130 替换了原有机器人控制器,采用 EtherCAT 总线和 IO 连接原机器人本体. 在控制器的轨迹规划部分,添加了姿态过渡的方法. 在实际测试中,当过渡曲线短小弯曲、旋转角速度 ω 较大时,式(24)中的一阶导数 $C'(\mu_k)$ 变化较快,计算误差较大,导致 ω 产生波动. 可以对 ω 的最大速度进行限制,也可以对 $C(\mu_k)$ 求二阶导数,减小式(22)的余项误差. 本研究在实际测试中,对 $d\mu_k$ 进行了预估,对 μ_k 做了校正,得到了较好的结果.

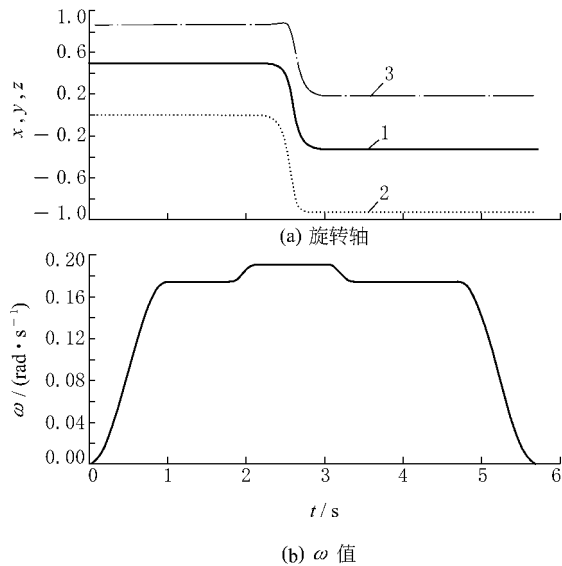
调试时,首先编写两条运动指令,包含两次姿态位移. 第一次实验设置 Overlap 不包含过渡,姿态变化所围绕的旋转轴和 ω 值如图 4 所示. 由图 4 可见:在两条指令的交点处, ω 减速到零,在下一条指令重新加速;两次姿态位移的旋转轴不同,在指令交点处发生跳变;该轨迹总共耗时 6.95 s.



1—旋转轴的 x 分量; 2—旋转轴的 y 分量; 3—旋转轴的 z 分量(下同).

图 4 无过渡情况下的旋转轴和 ω 值

第二次实验设置 Overlap 包含过渡,过渡参数为 0.1 rad. 姿态变化所围绕的旋转轴和 ω 值如图 5 所示. 由图 5 可见:两次姿态位移的旋转轴连续过渡, ω 根据运动学约束由 S 型加减速方法得到,快速过渡到目标状态,在两条指令之间没有停顿;该轨迹总共耗时 5.71 s,相比无过渡情况耗时更短.

图 5 有过渡情况下的旋转轴和 ω 值

5 结语

本研究将球面贝塞尔曲线应用于机器人相邻指令之间的姿态过渡,提出了控制点的选取方法,使得姿态过渡轨迹与原轨迹在交点处方向相切,且曲率相等.基于 S 型加减速方法和对球面贝塞尔求导,得到了插补的步长求取方法,给出了球面贝塞尔曲线的插补算法.实验表明:该方法使角速度和旋转轴快速过渡到目标状态,节省了停顿时间,起到姿态平滑的作用.插补过程采用迭代求导的方式,具有较好的计算简便性.

参 考 文 献

- [1] Shoemake K. Animating rotation with quaternion curves [J]. *Acm Siggraph Computer Graphics*, 1985, 19(3): 245-254.
- [2] Dantam N, Stilman M. Spherical parabolic blends for robot workspace trajectories[C]// *Proc of IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems*. Chicago: IEEE, 2014: 3624-3629.
- [3] Kong M X, Ji C, Chen Z S, et al. Application of orientation interpolation of robot using unit quaternion [C]// *Proc of IEEE International Conference on Information and Automation*. Hailar: IEEE, 2014: 384-389.
- [4] Dam E B, Koch M, Lillholm M. Quaternions, interpolation and animation[R]. Copenhagen: University of Copenhagen, 1998.
- [5] Popiel T, Noakes L. spherical Bézier splines [J]. *Computer Aided Geometric Design*, 2006, 23(3): 261-275.
- [6] 李培楠, 郭锐锋, 石振振, 等. 四元数球面 Bezier 样条插补算法的研究 [C]// *先进制造技术与工业信息学博士生学术论坛*. 沈阳: 中科院沈阳计算技术研究所, 2009: 2439-2443.
- [7] Ghadami R, Rahebi J, Yayli Y. A novel approach for spherical spline split quaternion interpolation on Lorentzian sphere using Bezier curve algorithm [J]. *Life Science Journal*, 2012, 9(4): 3394-3397.
- [8] Li P, Guo R. Research on quaternion spline interpolation algorithm for 5-axis machining [C]// *Proc of Proc of Isecs International Colloquium on Computing, Communication, Control, and Management*. Sanya: IEEE, 2009: 81-84.
- [9] Kong M X, Ji C, Chen Z S, et al. Application of orientation interpolation of robot using unit quaternion [C]// *Proc of International Conference on Information and Automation*. Hailar: IEEE, 2014: 384-389.
- [10] PLCopen Organization. PLCopen technical committee 2-task force function blocks for motion control [R]. Gorinchem: PLCopen, 2011.
- [11] Biagiotti L, Melchiorri C. Trajectory planning for automatic machines and robots [M]. Berlin: Springer, 2008.
- [12] 陈绪兵, 熊蔡华, 熊有伦. S 曲线加减速模式下的加工轨迹效率评价 [J]. *华中科技大学学报: 自然科学版*, 2008, 36(2): 1-4.