

分类号 TP391

密级 公开

U D C 004.9

编号

中国科学院自动化研究所  
博 士 后 研 究 工 作 报 告

引入正运动学因子双足机器人状态估计

---

郭丁飞

工作完成日期 2018年7月—2020年7月

报告提交日期 2020年7月

中国科学院自动化研究所

2020年7月



引入正运动学因子的双足机器人状态估计

Kinematics-Aided State Estimation on Lie Groups for  
Legged Robot State Estimation

博 士 后 姓 名            郭丁飞

流动站（一级学科）名称   控制科学与工程

专 业（二级学科）名称   模式识别与智能系统

研究工作起始时间   2018 年 7 月 15 日

研究工作期满时间   2020 年 7 月 15 日

中国科学院自动化研究所

2020 年 7 月



## 摘要

随着人工智能技术与产业链的快速发展，机器人已经广泛的应用到我们生活中的各个领域，发挥着巨大作用。双足机器人具备仿生类的腿足结构，对不可预知环境具有极强的适应性，可完成狭窄空间高难度作业任务，如战场作战、反恐特战、消防救灾等，具有广阔的应用前景和前沿科研价值。双足机器人结构复杂、系统耦合度高导致其状态估计困难、步态行走易受到外部环境的干扰，因此，精确的状态估计与快速稳定的运动控制方法显得尤其重要。因此，研究双足机器人状态估计与运动控制方法具有重要意义。

对于双足机器人的状态估计，单一惯性测量单元（IMU）的状态估计短时精度高，但是误差会随着时间积累；编码器可以测量关节的角度和角速度，虽然误差不随时间积累，但会因为机器人落地时的震荡、冲击等带来大量噪声，无法满足机器人长时间运动的实时控制需求。因此针对双足机器人的状态估计问题，提出一种引入运动学分析的状态估计方法，根据足端力信息判断机器人各腿支撑情况，结合单腿的运动学建模分析，对双足接触点运动学信息进行融合，建立误差状态方程，利用不变扩展卡尔曼滤波（InEKF）对双足机器人的位姿进行估计，最后，在 Casia 双足机器人平台中搭建仿真实验，验证了本方法在双足机器人状态估计时的有效性。

**关键词：**双足机器人，状态估计，运动学分析，接触因子

## Abstract

Legged robots have the potential to transform the logistics and package delivery industries, become assistants in our homes, and aid in search and rescue. Although many wheeled and flying robots have begun to hit the market, useful walking robots have yet to become a practical reality due to challenging issues in controller design, motion planning, and state estimation. These challenges arise from high degrees of freedom, underactuation, and complex dynamics along with the unstructured nature of the environment in which we want these robots to operate. In particular, state estimation is a crucial component of any mobile robot system. To maintain stability, walking robots often require knowledge of orientation, velocity, joint angles, and local terrain information. Whereas, to plan and execute walking paths, awareness of global pose and map information is needed. Estimation of these states requires consistent fusion of measurements from a variety of sensors.

This thesis focuses on contact-aided state estimation techniques for legged robots. Inertial navigation systems can be used to obtain estimates of pose and velocity by integrating measurements from an inertial measurement unit. However, due to sensor noise and bias, these estimates will quickly drift away from their true values. To reduce or eliminate this drift, additional sensors, such as magnetometers and GPS, can be used to aid these inertial measurements. For legged robots, foot contact and forward kinematic measurements will perform this correction.

First, we develop a contact-aided invariant extended Kalman filter (InEKF) using the theory of Lie groups and invariant observer design. After modeling the robot's state on a Lie group, we show that the error dynamics follows a log-linear autonomous differential equation allowing the observable state variables to be rendered convergent with a domain of attraction that is independent of the system's trajectory. Unlike the standard EKF, neither the linearized error dynamics nor the linearized observation model depend on the current state estimate, which leads to improved convergence properties and a local observability matrix that is consistent with the underlying nonlinear system. Although the robot's global position and yaw remain unobservable after fusion of inertial, kinematic, and contact data, this filter can be executed at high frequencies to provide the feedback controller with real-time

orientation and velocity data. Furthermore, since the position/yaw drift is slow, the pose estimate can be used to construct local terrain maps with the help of LiDAR sensors.

Next, we propose a method for contact-aided smoothing using factor graphs, which provide a flexible framework for fusing measurements from multiple sensors to obtain a maximum a posteriori estimate of the robot's entire trajectory. To extend this framework for legged robots, we developed two novel factors. The hybrid contact factor describes how a contact frame moves over time by pre-integrating high-frequency inertial-contact data through an arbitrary number of contact switches, while the forward kinematic factor relates this contact frame to the robot's base frame using noisy encoder measurements. Taken together, these factors provide an independent leg odometry measurement that can be added into existing factor graphs to improve state estimation.

Finally, we conclude with ideas and future work on how these state estimates can be used along with gait libraries to design stabilizing feedback controllers as well as global motion planning techniques. All presented algorithms were verified through simulation and experiments results on an Casia biped robot.

# 目 录

摘 要.....	3
Abstract.....	4
1 绪论.....	1
1.1 课题的研究背景.....	1
1.2 课题的研究意义.....	2
1.3 报告的研究内容.....	3
2 国内外研究现状.....	5
2.1 机器人状态估计研究现状.....	5
2.2 小结.....	8
3 基于运动学因子的双足机器人状态估计.....	9
3.1 引言.....	9
3.2 李群与 InEKF 知识.....	9
3.3 双足机器人 Casia 模型.....	12
3.4 双足机器人状态估计模型.....	14
3.5 仿真试验验证.....	25
4 总结与展望.....	29
4.1 工作总结.....	29
4.2 未来工作展望.....	29
参考文献.....	31
致谢.....	34
博士后期间发表的学术论文.....	35
博士生期间发表的学术论文.....	36
个人简介.....	37



# 1 绪论

## 1.1 课题的研究背景

双足机器人具有类人的腿部结构，与其它类型的机器人相比具有自由度多、运动性能好、灵活度高的特点，对于非结构化环境具有较强的适应性。基于这些独特优势设计的双足机器人，非常适合执行一些危险环境作业任务，如疫区或灾区抢险救灾任务（如森林或建筑物火灾、构建新冠肺炎无人值守医院、地震灾区搜救等）、密闭狭窄空间或偏远无人值守区域作业与维护任务（如海上油田、偏远油站、国境线或岛礁边防哨所）、地面战场反恐或救援任务等。同时通过了解和掌握类人的行走特性，可以利用这些特性在生活中为人类服务，如：假肢医疗康复的辅助穿戴设备、餐饮、物流配送任务等。尤其近年来，诸如波士顿动力、Agility Robotics、本田和优必选公司等先后推出了各自的双足机器人，且在结构设计、运动控制上都有不同程度的突破，标志着双足机器人的研究进程迈上新的台阶，从而也对双足机器人面向实际任务的灵活运动性提出了更高的要求。

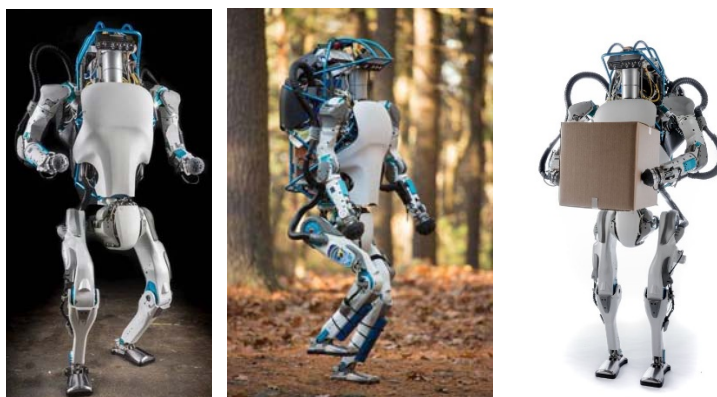


图 1 波士顿动力公司的 Atlas 人形机器人

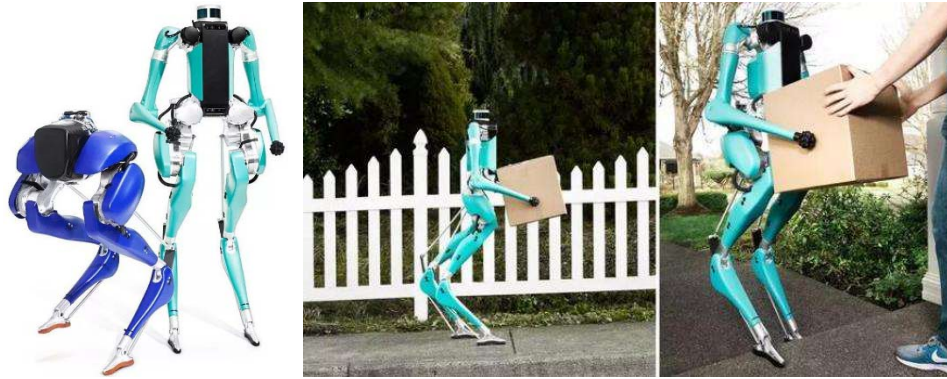


图 2 美国 Agility Robotics 公司的 Cassie 和 Digit 双足机器人

双足机器人的研究涉及状态感知、运动规划和控制三个方面。其中，无论何种控制模式，要想达到较好的控制效果都要求双足机器人状态估计稳定、准确。因此，一定程度上讲，状态估计的好坏直接决定了控制器的性能。现阶段，机器人本体速度、位置、姿态等主要通过配置的传感器测量得到，例如本体的俯仰、偏航和滚转角主要通过搭载的 IMU 测量并解算得到，而本体的速度、位置等运动状态既可以利用 IMU 的解算获得，也可以利用关节位移传感器的信息进行运动学解算获得。但在对本体速度和位置求解上，IMU 解算估计方法由于器件偏差、积分偏差等容易产生漂移，而运动学方法会因为机器人落地时的冲击、震荡等产生大量噪声，很难在机器人长时间的实时控制中进行应用。搭载冗余的传感器，如相机、激光雷达、动作捕捉系统等，利用多传感器信息融合的方法可以实现较为准确稳定的状态估计，但会增加机器人的总体重量和成本，与双足机器人的灵活、敏捷性相违背。因此，在有限的传感器冗余条件下，实现双足机器人本体的状态估计成为本领域的研究热点。

## 1.2 课题的研究意义

1. 状态估计对于机器人控制效果起着关键作用，而现有的单一传感器进行状态估计均存在一定的不足。要提高对本体位姿状态的估计效果，一是提高传感器自身精度，二是利用多传感器进行融合估计。因此在双足机器人平台，实

现状态估计精度与传感器平台轻量化之间的均衡对于实现灵活、超敏运动控制至关重要。本课题研究引入正运动学因子的估计策略，利用 InEKF 将 IMU 信息和编码器信息相互融合，一方面抑制 IMU 随时间产生的漂移，另一方面减小编码器中震荡、冲击等带来的噪声影响，进而给出对双足机器人位姿状态的最优估计，为本体状态应用于实时控制的研究奠定基础，推动控制性能的提升。与此同时，采用多种感知信息融合的方法，也是对动物的构造、行为、意识等更深入精细的模仿，有助于进一步提高机器人的智能化水平。

2. 双足机器人复杂地形上的运动规划和控制直接影响了腿足机器人的灵活运动性能，更加显现出在该研究领域的重要地位。然而，复杂地形上的行走运动包含了机器人与环境的混杂交互过程和多种约束，而腿足机器人本身又具有高维度、非线性、精确建模困难和算法实时性要求高的特点。这就给足式机器人的运动规划与控制带来了很大的挑战。传统的研究模式基于降维简化模型，虽然可以实现基本的行走运动功能，但是生成的步态模式比较单一，难以适应当前的应用需求；近年来逐渐兴起的基于高维模型优化的规划和控制方法可以在理论上实现更加灵活的步态运动，但是运动规划耗时长、可靠性低，运动控制对模型不确定性容忍度不高，实物使用性能一般。为此，继续研究腿足机器人如何在满足自身动态及各种环境限制下实现快速可靠的自主运动规划；在得出规划结果后，如何恰当调整自身状态实现准确的运动跟踪，这些对于提升腿足机器人的地形适应能力和灵活运动能力、推动其早日具备前述现实应用功能仍然具有重要意义。

### 1.3 报告的研究内容

本课题通过引入新一代人工智能技术，攻关双足机器人状态估计的关键技术，构建相应的软件模块及平台，实现机器人状态自感知，为后续的规划控制提供准确依据。

根据实验所需双足机器人模型，建立了腿部连杆关节坐标系，进行机器人正运动学分析即接触点分析，引入正运动学因子和点接触因子，利用关节编码器的测量值建立量测方程，利用 InEKF 对 IMU 的状态解算结果进行校正，实现双足机器人的状态估计。为了综合验证方法的有效性，利用双足机器人平台 Casia 进行了验证实验。针对双足机器人，搭建了 Simcape 仿真模型用于构建 Casia 平台，并利用 Simulink-realttime 实现双足机器人的基本稳定行走，获取真实运动速度，进而完成了直行、侧向跨步、转向以及障碍路面等实验。在此基础上实现状态估计方法的验证。实验结果验证了该状态估计算法的有效性，为机器人的运动控制提供了参考。

## 2 国内外研究现状

### 2.1 机器人状态估计研究现状

足式机器人技术研究的重要目标是使其能够像所模仿的动物一样拥有在现实世界行走运动的能力，其中感知能力是尤其重要的一项内容。一般来讲，机器人的感知可以分成两大类：一是对外部环境的感知，包括足端与地面的接触情况、是否有障碍物、障碍物的位置、外部的干扰等等，可以用来进行避障与越障等；二是对自身状态的感知，包括腿部的弯曲程度、关节的运动情况、本体的加速度、速度、位置、运动方向、姿态角等，用于控制中反馈，可以提高控制器效果，提升机器人运动性能。

机器人在对外部环境和本体状态进行估计时有很大的区别<sup>[1]</sup>。其中外部环境状态的估计多运用 SLAM 算法，对机器人所处的未知环境进行即时定位与地图构建。

而针对本文研究的速度和位置等本体状态估计问题，感知的信息来源一般是各种各样的传感器，主要包括惯性导航器件（IMU）、GPS 定位系统、雷达、摄像头、关节位移传感器、关节力传感器、足端力传感器等等。但是利用单一传感器信息往往无法对本体状态作出准确估计，因此实际中一般会将多个传感器的信息进行一定的融合来估计本体状态。

Pei-Chun Lin 等人最早于 2005 年以六足机器人为平台研究了利用腿部运动学计算来估计本体状态的方法。基于六足机器人的三角步态，研究人员开发了一套基于腿部运动学的里程计，该方法适用的前提是假设地面完全平坦，且在运动中任一时刻机器人都保持三条腿与地面的接触状态。但是由于只使用了单一的传感器，结果会受漂移影响<sup>[2]</sup>。在随后的研究中，他们加入 IMU 的数据进行融合，使得该方法可以处理三角步态奔跑中的估计问题<sup>[3]</sup>。

Reinstein 和 Hoffmann 等人提出了一种基于关节编码器、压力传感器和机载 IMU 的数据驱动方法。该方法通过研究特定步态下关节角度与步长的关系，可

以近似求得机体的运动速度，然后将其与 IMU 的信息相融合，成功抑制了 IMU 积分计算位置产生的漂移。另外，通过训练调整滤波器的参数，该方法还可以处理足端滑动情况下的状态估计问题<sup>[4][5]</sup>。

Chilian 等为六足机器人研发了一套基于点云匹配策略的腿部里程计<sup>[6]</sup>，主要利用了 IMU 和视觉里程计的信息进行融合，前提同样是需要任意时刻至少三条腿与地面保持接触。该方法首先利用相机获取地面情况的图像，然后通过对图像的计算，估计出本体的速度和位置状态；之后，通过与 IMU 信息融合得出对本体状态的最优估计。实验中机器人在不平整地面上慢速运动，应用该方法估计本体速度和位置，取得了较好的效果。但是由于相机的测量范围有限，该方法比较适用于速度较慢、移动范围较小的情况。

Matthieu 等为腿部变形机器人设计了状态估计器，可重构相对于接触脚位置的机器人姿态和速度。通过与运动学模型的结合，将联合编码器给出的刚性运动学与从多个 IMU 获得的姿态测量值进行融合，从而得到准确的状态估计<sup>[24]</sup>。与以前的工作相比，没有采用动力学模型，简化了估计过程。此外，所提出的状态估计方法在外骨骼 Atalante 上进行了测试。

Matthew 在 ETH 机器人状态估计的基础上，研究腿式双足机器人的接触辅助状态估计技术<sup>[25]</sup>。IMU 可用于通过整合来自惯性测量单元的测量值来获得姿态和速度的估计值。但是，由于传感器噪声和偏置，这些估计值将很快偏离其真实值。为了减少或消除这种漂移，可以使用其他传感器（如 GPS）来进行校正。对于双足机器人，脚部接触点和向前的运动学测量可以对 IMU 进行校正。Matthew 在 Cassie 机器人平台上提出了一种使用因子图进行接触辅助的估计方法。该方法融合来自多个传感器的测量值，正向运动学因子使用有噪声的编码器测量值将接触点与机器人的 IMU 量测相关联，获得机器人整个轨迹的最大后验估计。所提的方法在 ATRIAS 和 Cassie 系列的双足机器人上进行的仿真和实验验证。

综上所述，机器人本体状态估计主要通过多传感器信息融合的方法来实现。

根据传感器类型不同，大致可以分为以下三类：

- (1) IMU 与运动学（利用关节位移传感器或关节编码器）信息融合；
- (2) IMU 与外部传感器信息融合，如双目视觉里程计、雷达等；
- (3) 以 IMU 与运动学信息融合为主，辅以 GPS、雷达、双目视觉里程计等外部设备。

考虑具体的信息融方法，根据已有的研究主要可以分为三类：概率统计方法、逻辑推理方法和学习方法<sup>[11]</sup>。

逻辑推理方法<sup>[12]-[14]</sup>属于不确定性推理，在信息描述时存在很大的主观因素；而学习方法<sup>[15][16]</sup>，如神经网络算法、模糊算法等，虽然在处理不确定、动态情况下的信息具有良好的应用前景，但是因为学习方法自身的稳定性、实时性等限制，在实际系统中的应用效果还有待进一步提高。相比较而言，概率统计方法是最为经典，也是发展最为成熟的信息融合方法。其中的卡尔曼滤波方法，因其在对当前时刻的状态进行计算时只需用到前一时刻的状态与量测数据，大大降低了数据计算量，实时性高，因而在机器人实时操作系统的状态估计中被广泛应用，上文所述的机器人本体状态估计方法大多采用的也是 Kalman 滤波方法或其改进型。

Kalman 滤波器是一种最优化自回归的数据处理算法，最早是由 Rudolf Emil Kalman 提出的。根据应用对象的不同，可以分为连续型 Kalman 和离散型 Kalman，为了方便数字计算机的信号采集与处理，连续型的 Kalman 又可以通过离散化方法转化为离散型的 Kalman。在处理估计问题时，需要建立估计对象的状态模型和量测模型，把需要用到的传感器信息纳入到这两个模型中来，进而通过一系列更新预测方程求得对状态的最优估计<sup>[17][18]</sup>。

基本的 Kalman 滤波只适用于线性系统，但是机器人、车辆、导航等许多实际系统往往都是非线性的，标准的 Kalman 已经不再适用，于是研究人员提出了很多改进型的 Kalman 滤波器，包括 EKF、UKF 等等。EKF<sup>[19][20]</sup> (Extended Kalman Filter) 方法其实是一种次优的估计方法，从本质上看，它不是将基本 KF

算法改进以适应非线性系统，而是将非线性系统的状态模型利用泰勒展开等手段进行线性化，从而可以使用基本 KF 的滤波方程。因而 EKF 一般适用于非线性较弱的系统，对于强非线性系统，更多考虑的是 UKF<sup>[21]</sup>（Unscented Kalman Filter）和粒子滤波<sup>[22]</sup>方法。

基于 Kalman 滤波的估计方法一般只能适用于模型较为准确的情况。对于模型不确定、噪声干扰未知的情况则表现较差。Hyoin 提出了一种基于柔性倒立摆模型和鲁棒状态估计器的双足机器人状态估计框架，采用顺应性倒立摆模型以提高估计精度<sup>[23]</sup>。该模型是通过在传统的倒立摆上增加虚拟弹簧和阻尼器制成的，附加元素代表机械变形以及不期望的灵活运动。采用此模型可以在充分利用单质量模型的优点的同时，反映两足动物机器人的重要特征。另外，使用先前提出的鲁棒状态估计器被采用来补偿由建模误差引起的估计误差。相对于现有的基于简单模型的双足机器人状态估计器，可以获得优良的运动学估计结果。

## 2.2 小结

本章首先对国外机器人及其视觉感知技术在孤独症康复训练中的研究及应用现状进行了总结，然后详细梳理了重复刻板行为检测与异常步态分析的国内外研究现状，并指出在孤独症患儿的重复刻板行为检测和异常步态分析方面，目前还未见视觉感知方面的太多相关研究。



## 3 基于运动学因子的双足机器人状态估计

### 3.1 引言

足式机器人的速度、位置等状态可以分别通过机载 IMU 的惯导解算或者支撑腿的运动学解算等方法进行独立估计，并在一定范围内具有较好的估计效果。但是这种依靠单一传感器进行状态估计的方法本身仍然存在一些不足：对于本文要研究的速度与位置的状态估计而言，单传感器 IMU 的惯导解算方法往往短时精准，但是由于惯导本身存在的随机漂移误差以及积分解算的累积误差等会导致其长时漂移严重；而基于关节位移传感器的运动学解算基本不会漂移，但是机构的间隙、运动中剧烈的震荡、落地的冲击等，会给估计信号带来大量的噪声影响，使得状态估计结果不够精准。为了“取长补短”，综合两种方法的优点，获得对本体状态的最优估计，本章对基于多源信息融合的足式机器人本体状态估计方法进行研究，提出双足运动学信息与 IMU 信息的两级融合策略，并设计仿真实验，对惯导解算与运动学融合的方法效果进行验证。

### 3.2 李群与 InEKF 知识

由于后续的计算涉及到很多李群与 InEKF 的知识，因此对其背景知识做一个简单介绍。

#### 3.3.1 李群与李代数

李群是具有群结构的实流形或者复流形，并且群中的加法运算和逆元运算是流形中的解析映射。李群在机器人技术中具有重要作用。定义李群  $\mathcal{G}$ ，如果李群  $\mathcal{G}$  中的元素为  $n \times n$  的矩阵，则及其李代数  $\mathfrak{g}$  中的元素也为  $n \times n$  的矩阵，且有

$$\mathcal{L}_{\mathfrak{g}} : \mathfrak{g} \rightarrow \mathfrak{g}$$

即，李群  $\mathcal{G}$  在幺元处的切空间被称为李代数  $\mathfrak{g}$ 。反之，李代数  $\mathfrak{g}$  中元素  $\xi$  的指数映射为李群  $\mathcal{G}$  中的元素，即

$$\exp(\xi) = \exp_m(\mathcal{L}_g(\xi))$$

李群的伴随表达式具有重要性质，这里给出群伴随定义。设  $X \in \mathcal{G}$ ,  $\xi \in \mathfrak{g}$ , 则在  $X$  处的伴随记为  $Ad_X$ , 定义为

$$Ad_X(\mathcal{L}_g(\xi)) = X \mathcal{L}_g(\xi) X^{-1}$$

### 3.3.2 EKF 与 InEKF

普通的 EKF 通过对动态方程的线性化，来估计状态与状态的协方差。比如有一个系统定义为

$$\mathbf{x}_t = f(x_t, u_t) + n_t$$

其中  $x_t$  是系统状态,  $u_t$  是输入,  $n_t$  是系统噪声。假设某个时刻对状态的估计为  $\hat{x}_t$ , 并定义状态误差为  $e_t = x_t - \hat{x}_t$ , 则根据 EKF, 对  $f$  在  $\hat{x}_t$  处线性化 (一阶泰勒展开), 并注意到  $\mathbf{x}_{t+1}^e = f(\hat{x}_t, u_t)$ , 因此有

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_t^e &= \mathbf{x}_t - \hat{x}_t \\ &= f(x_t, u_t) - \hat{x}_t + n_t \\ &\approx f(\hat{x}_t, u_t) + F_{\hat{x}_t, u_t}(x_t - \hat{x}_t) - \hat{x}_t + n_t \\ &= F_{\hat{x}_t, u_t}(x_t - \hat{x}_t) + n_t \\ &= F_{\hat{x}_t, u_t} e_t + n_t \end{aligned}$$

上式是状态误差的线性传递方程, 因此可以使用标准的 Kalman 来估计协方差。然而上面误差传递方程中, 系统矩阵  $F$  依赖当前状态的估计量。在有噪声引入时, 状态估计量是无法预测的, 这就导致很难对上述系统方程做收敛性分析, 实际上, 任何 EKF 都没有收敛性保证。当状态估计值与真值差距较大时, 直接导致依赖状态估计值的  $F$  也有较大偏差, 使用这样的  $F$  继续传递误差后, 又进一步放大误差, 整个误差传递系统形成正反馈, 最终导致滤波器发散。实

实际上，在滤波器进行状态更新时也有类似问题。设系统的观测方程为

$$y_t = h(x_t) + s_t$$

其中  $s_t$  是观测噪声。设实际观测与估计观测的误差为  $z_t = y_t - \hat{y}_t$ ，有

$$\begin{aligned} z_t &= y_t - \hat{y}_t \\ &= h(x_t) - \hat{y}_t + s_t \\ &\approx h(\hat{x}_t) + H_{\hat{x}_t}(x_t - \hat{x}_t) - \hat{y}_t + s_t \\ &= H_{\hat{x}_t}e_t + s_t \end{aligned}$$

上式即观测误差与状态误差之间的线性近似关系。同样的  $H_{\hat{x}_t}$  状态估计值有关，当真实状态与估计值差距较大时，利用上式进行更新可能起不到正面效果。从上面的分析可知，普通 EKF 对初值的准确性要求挺高的，如果状态初值设定得与实际情况差距较大，很难让滤波器收敛。

EKF 还会导致另外一个问题，即所谓的不一致性。每当新的观测到来时，EKF 会更新当前状态的估计，但是用于计算新状态的量，都是通过旧状态的线性化得来的。使用 EKF 的更新方法会出现不一致性，导致本来不该观测到信息的方向上观测到信息，在 SLAM 问题中这种现象比较明显，表现为较大的漂移，以及过于乐观的协方差估计。

不变扩展卡尔曼滤波（简称为 InEKF），可以较好的解决上面 EKF 存在的两个问题：通过改变状态误差的定义方法，实现误差传递矩阵  $F$  与状态估计值的独立。对于一个三个量构成的  $SE_2(3)$  群，InEKF 的状态量为

$$\mathbf{X}_t = \begin{pmatrix} R_t & v_t & p_t \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \frac{d}{dt} \mathbf{X}_t = f_{u_t}(\mathbf{X}_t)$$

一般 EKF 的状态量是个矢量，而 InEKF 的状态量是一个矩阵，且构成群，其误差也定义在群上。设状态估计值为  $\hat{\mathbf{X}}_t$  和真值  $\hat{\mathbf{X}}_t$  的误差有两种形式，可利用

$\mathbf{X}_t^{-1}$  的左乘或右乘实现，即

$$\boldsymbol{\eta}_t^r = \hat{\mathbf{X}}_t \mathbf{X}_t^{-1} = (\hat{\mathbf{X}}_t \mathbf{L})(\mathbf{X}_t \mathbf{L})^{-1} \quad (\text{右 Invariant 误差})$$

$$\boldsymbol{\eta}_t^l = \mathbf{X}_t^{-1} \hat{\mathbf{X}}_t = (\mathbf{L} \hat{\mathbf{X}}_t)(\mathbf{L} \mathbf{X}_t)^{-1} \quad (\text{左 Invariant 误差})$$

定义  $\mathbf{A}_t$  是  $\dim \mathfrak{g} \times \dim \mathfrak{g}$  的矩阵，且满足

$$g_{u_t}(\exp(\xi)) @_{\mathcal{L}_g} (\mathbf{A}_t \xi) + \mathcal{O}(\|\xi\|^2)$$

其中， $\xi_t$  表示线性微分方程

$$\frac{d}{dt} \xi_t = \mathbf{A}_t \xi_t \quad (3-1)$$

的解。

考虑右 Invariant 误差  $\boldsymbol{\eta}_t$ ，对于任意初始误差  $\xi_0 \in \mathfrak{g}$ ，如果存在  $\boldsymbol{\eta}_0 = \exp(\xi_0)$ ，则对于所有  $t \geq 0$ ，都有

$$\boldsymbol{\eta}_t = \exp(\xi_t)$$

也就是说，通过求解线性时变微分方程可以求得非线性估计误差  $\boldsymbol{\eta}_t$ 。这表明，对于 (3-1) 中描述的状态误差，并不是传统的雅克比线性化误差，因为左（或右）不变误差可以通过其解完整得到，这也是 InEKF 的重要性质。

### 3.3 双足机器人 Casia 模型

由自动化所仿生进化机器人组设计的双足机器人 Casia 的模型如图 3 所示。Casia 机器人身高 1 米，重约 40kg，盆骨地方安装电池，可持续行走 2 小时。整个 Casia 具有 20 个自由度，分别是 6 自由度的空间位姿以及每条单腿的 7 个关节自由度。单腿的 7 个关节中，5 个关节为主动关节，装有电机驱动和相应的编码器。剩余 2 个关节为被动关节，由四连杆进行驱动，只安装编码器。每条单腿的 3 个电机驱动单腿的滚转、俯仰和偏航，1 个电机驱动膝盖，剩余的 1 个电

机驱动脚趾（脚）。整个机器人的运动学模型如图 4 所示。

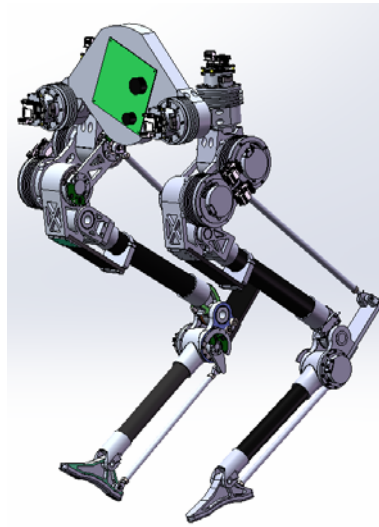


图 3 Casia 的机械设计模型

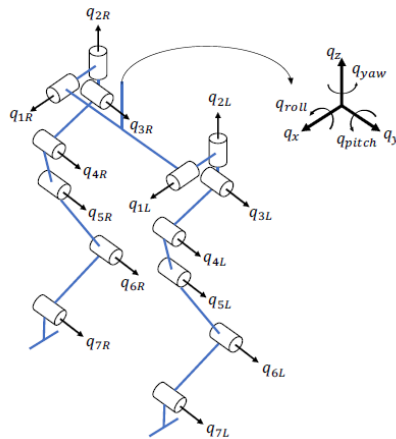


图 4 Casia 的运动学模型

双足机器人 Casia 的关节状态量为：

$$q_{\text{body}} := [q_{1L}, \dots, q_{7L}, q_{1R}, \dots, q_{7R}]^T$$

上述关节角度都可以通过编码器测得。很显然  $(q_1, q_2, q_3, q_4, q_7)$  为主动关节， $(q_5, q_6)$  为被动关节，当弹簧处于松弛状态时，有

$$q_5 = 0, \text{ and } q_6 = -q_4 + 13^\circ$$

## 3.4 双足机器人状态估计模型

### 3.4.1 状态估计问题形成

双足机器人 Casia 装备有 IMU，关节编码器以及足底接触点传感器。IMU 位于双足机器人的基坐标位置，即盆骨位置。足底接触点传感器通过被动关节的关系计算得到。由于足底打滑是腿部里程计漂移的主要原因，因此，为了避免打滑带来的误差，引入足底接触点的姿态转换矩阵和接触点位置，即

$$\mathbf{C}_i @ \left\{ \mathbf{R}_{\text{WC},i}(i) \right\}_{i=1}^2 \quad \mathbf{d}_i @ \left\{ {}_w\mathbf{p}_{\text{C},i}(i) \right\}_{i=1}^2$$

其中， $\mathbf{R}_{\text{WC}}$  表示接触点坐标系与世界坐标系之间的姿态转换关系， ${}_w\mathbf{p}_{\text{C}}$  表示接触点与世界坐标系原点之间的距离。

对于双足机器人的状态估计问题，可定义其状态为

$$\mathcal{S}_i @ \left\{ \mathbf{R}_i, \mathbf{p}_i, \mathbf{v}_i, \mathbf{C}_i, \mathbf{d}_i, \mathbf{b}_i \right\}$$

其中  $\mathbf{R}_i @ \mathbf{R}_{\text{WB}}(i)$  和  $\mathbf{p}_i @ {}_w\mathbf{p}_{\text{B}}(i)$  表示双足机器人的位姿，即基坐标系相对于世界坐标系的投影； $\mathbf{v}_i @ {}_w\mathbf{v}_{\text{B}}(i)$  表示机器人的基坐标速度，即机器人的运动速度。

因此，从 1 到 k 之间所有的状态为  $\mathcal{X}_k @ \bigcup_{i=1}^k \mathcal{S}_i$ 。

针对量测，令  $\mathbf{a}_i$  为机器人关节角度测量值，即  $\mathbf{a}_i := [\alpha_{1L}, \dots, \alpha_{7L}, \alpha_{1R}, \dots, \alpha_{7R}]^\top$ ，令  $\mathcal{I}_{ij}$  和  $\mathcal{F}_{ij}$  分别表示 IMU 和接触点传感器的量测信息。在从 1 到 k 时刻的量测值集合为：

$$\mathcal{Z}_k @ \left\{ \mathbf{a}_i, \mathcal{I}_{ij}, \mathcal{F}_{ij} \right\}_{i,j \in \mathcal{K}_k}$$

因此，双足机器人的状态估计就简化为：在噪声满足高斯白噪声的条件下，考虑最优估计或优化方法，将机器人状态  $\mathcal{X}_k$  的最大后验估计问题

$$\text{minimize}_{\mathcal{X}_k} -\log p(\mathcal{X}_k | \mathcal{Z}_k)$$

转变为

$$\text{minimize}_{\mathcal{X}_k} \|\mathbf{r}_0\|_{\Sigma_0}^2 + \sum_{i,j \in \mathcal{K}_k} \|\mathbf{r}_{T_{ij}}\|_{\Sigma_{T_{ij}}}^2 + \sum_{i \in \mathcal{K}_k} \|\mathbf{r}_{\alpha_i}\|_{\Sigma_{\alpha_i}}^2 + \sum_{i,j \in \mathcal{K}_k} \|\mathbf{r}_{F_{ij}}\|_{\Sigma_{F_{ij}}}^2$$

其中  $p(\mathcal{X}_0)$  是先验初值， $\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_{T_{ij}}, \mathbf{r}_{\alpha_i}, \mathbf{r}_{F_{ij}}$  分别表示初始状态、IMU、前向运动学和接触传感器的误差， $\Sigma_0, \Sigma_{T_{ij}}, \Sigma_{\alpha_i}, \Sigma_{F_{ij}}$  表示其对应的协方差矩阵。

### 3.4.2 机器人前向运动学因子

利用关节编码器计算双足机器人脚底末端的位置与姿态，建立机器人的前向运动学，从而利用接触坐标系与基坐标系之间的转换关系实现机器人的状态估计。

接触坐标系定义为双足机器人的单腿与地面接触时接触点为原点，前向为  $x$  的右手直角坐标系。由于 Casia 双足机器人单腿具有 7 个连杆，在不考虑与地面接触的脚趾活动时，共具有 6 个关节进行连接，每个关节都装配有相应的关节编码器测量其转动角度。设编码器角度向量为  $\boldsymbol{\alpha} \in \mathbb{R}^6$ ，因此双足机器人的单腿具有 8 个坐标系，从上到下第 1 个坐标系为双足机器人的基坐标系，在重心位置；第 8 个坐标系为接触坐标系，在脚趾与地面的接触点。具体的关节坐标系如图 5 所示。

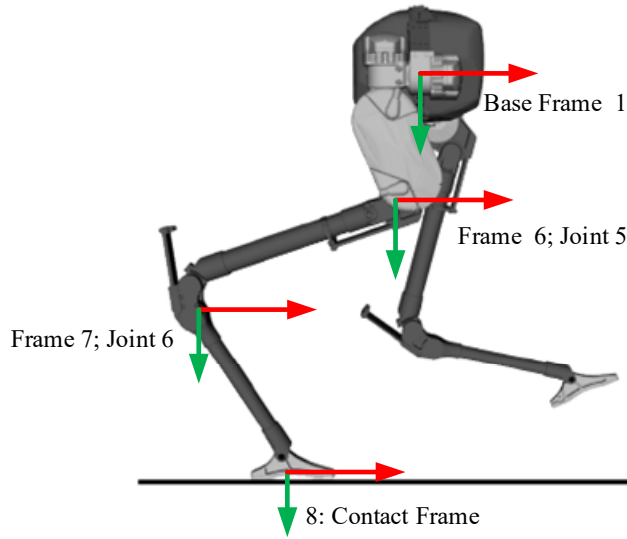


图 5 双足机器人关节示意图

因此机器人前向动力学可通过姿态转换矩阵的乘积得到：

$$\mathbf{H}(\boldsymbol{\alpha}) = \prod_{n=1}^N \mathbf{H}_{n,n+1}(\alpha_n) @ \begin{bmatrix} f_R(\boldsymbol{\alpha}) & f_p(\boldsymbol{\alpha}) \\ \mathbf{0}_3^\top & 1 \end{bmatrix} \in SE(3) \quad (3-2)$$

相邻两个连杆之间  $n$  与  $n+1$  之间的位姿关系即

$$\mathbf{H}_{n,n+1}(\alpha_n) @ \begin{bmatrix} \mathbf{A}_n \text{Exp}(\boldsymbol{\alpha}_n^\dagger) & \mathbf{t}_n \\ \mathbf{0}_3^\top & 1 \end{bmatrix}$$

其中， $\mathbf{A}_n \in SO(3)$  和  $\mathbf{t}_n \in \mathbb{R}^3$  表示位姿变换里的姿态变换和平移变换。每个关节的转动角度为  $\alpha_n \in \mathbb{R}$ ，dagger 算子表示从标量到向量  $\mathbb{R}^3$  的映射，即

$$\boldsymbol{\alpha}_n^\dagger @ \text{vec}(\alpha_n, 0, 0), \text{vec}(0, \alpha_n, 0), \text{ or } \text{vec}(0, 0, \alpha_n)$$

由于机器人关机基本都以  $z$  轴为正方向转动，因此可认为  $\boldsymbol{\alpha}_n^\dagger @ \text{vec}(0, 0, \alpha_n)$ 。

由于最后两个坐标系之间不存在关节转动关系，因此其转换矩阵为

$$\mathbf{H}_{7,8} @ \begin{bmatrix} \mathbf{A}_7 & \mathbf{t}_7 \\ \mathbf{0}_3^\top & 1 \end{bmatrix}$$



结合 (3-2) 式, 可得接触点 (坐标系 8) 相对于基坐标系 (坐标系 1) 之间的姿态和位置关系为

$$f_R(\boldsymbol{\alpha}) = \mathbf{A}_{1N+1}(\boldsymbol{\alpha}) \quad (3-3)$$

$$f_p(\boldsymbol{\alpha}) = \sum_{n=1}^N \mathbf{A}_{1n}(\boldsymbol{\alpha}) \mathbf{t}_n \quad (3-4)$$

任意两坐标系  $i$  与  $j$  的转换关系为

$$\mathbf{A}_{ij}(\boldsymbol{\alpha}) @ \begin{cases} \mathbf{I} & \text{for } (i, j) \in [N], i = j \\ \prod_{k=i}^{j-1} \mathbf{A}_k \text{Exp}(\boldsymbol{\alpha}_k^\dagger) & \text{for } (i, j) \in [N], j > i \\ \mathbf{A}_{iN} \mathbf{A}_N & \text{for } i \in [N-1], j = N+1 \end{cases}$$

由于关节编码器不可避免的存在偏置误差, 需要对其进行建模抑制。不失一般性, 假定编码器的测量误差满足高斯噪声, 即  $\boldsymbol{\eta}^\alpha \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \Sigma^\alpha)$ , 则完整的编码器输出为

$$\boldsymbol{d}(t) = \boldsymbol{\alpha}(t) + \boldsymbol{\eta}^\alpha(t)$$

为了进行状态方程建模, 需要引入前向运动学因子, 即接触坐标系的姿态与位置则为

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{WC}(t) &= \mathbf{R}_{WB}(t) \mathbf{R}_{BC}(t) \\ {}_W \mathbf{p}_C(t) &= {}_W \mathbf{p}_B(t) + \mathbf{R}_{WB}(t) {}_B \mathbf{p}_C(t) \end{aligned}$$

结合 (3-3) 与 (3-4) 可得

$$\begin{aligned} \mathbf{C}(t) &= \mathbf{R}(t) f_R(\boldsymbol{\alpha}(t) - \boldsymbol{\eta}^\alpha(t)) \\ \mathbf{d}(t) &= \mathbf{p}(t) + \mathbf{R}(t) f_p(\boldsymbol{\alpha}(t) - \boldsymbol{\eta}^\alpha(t)) \end{aligned} \quad (3-5)$$

其中,  $\mathbf{R}(t)$  和  $\mathbf{p}(t)$  为双足机器人的位姿。

由于 (3-5) 中编码器的输出存在噪声, 因此通过李群性质可直接提取编码器误差

$$\mathbf{R}^\top \mathbf{C} = \mathbf{f}_R(\dot{\boldsymbol{\alpha}} - \boldsymbol{\eta}^\alpha), \quad \delta \mathbf{f}_R \approx \sum_{k=1}^{N-1} \mathbf{A}_{k+1, N+1}^\top(\dot{\boldsymbol{\alpha}}) \boldsymbol{\eta}_k^{\alpha \dagger}$$

$$\mathbf{R}^\top (\mathbf{d} - \mathbf{p}) = \mathbf{f}_p(\dot{\boldsymbol{\alpha}} - \boldsymbol{\eta}^\alpha), \quad \delta \mathbf{f}_p \approx \sum_{k=1}^{N-1} \sum_{n=k}^{N-1} \mathbf{A}_{1, n+1}(\dot{\boldsymbol{\alpha}}) \boldsymbol{\eta}_{n+1}^\alpha \mathbf{A}_{k+1, n+1}^\top(\dot{\boldsymbol{\alpha}}) \boldsymbol{\eta}_k^{\alpha \dagger}$$

根据 (3-5) 和上述两式，可以得到前向运动学的量测模型为

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_R(\dot{\boldsymbol{\alpha}}) &\ominus \mathbf{R}^\top \mathbf{C} \text{Exp}(\delta \mathbf{f}_R) \\ \mathbf{f}_p(\dot{\boldsymbol{\alpha}}) &\ominus \mathbf{R}^\top (\mathbf{d} - \mathbf{p}) + \delta \mathbf{f}_p \end{aligned} \quad (3-6)$$

其中，前向运动学噪声为  $\text{vec}(\delta \mathbf{f}_R, \delta \mathbf{f}_p) \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \boldsymbol{\Sigma}_f)$ 。因此可得前向运动学量测噪声矩阵形式

$$\begin{bmatrix} \delta \mathbf{f}_R \\ \delta \mathbf{f}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q} \\ \mathbf{S} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\eta}_1^{\alpha \dagger} \\ \boldsymbol{\eta}_2^{\alpha \dagger} \\ \mathbf{M} \\ \boldsymbol{\eta}_{N-1}^{\alpha \dagger} \end{bmatrix}$$

其中  $\mathbf{Q}$  和  $\mathbf{S}$  为  $3 \times 18$  维矩阵，即

$$\mathbf{Q}_i = \mathbf{A}_{i+1, N+1}^\top(\dot{\boldsymbol{\alpha}})$$

$$\mathbf{S}_i = -\sum_{n=i}^{N-1} \mathbf{A}_{1, n+1}(\dot{\boldsymbol{\alpha}}) \boldsymbol{\eta}_{n+1}^\alpha \mathbf{A}_{k+1, n+1}^\top(\dot{\boldsymbol{\alpha}})$$

### 3.4.2 机器人点接触因子

由于双足机器人在运动的过程中会不可避免的出现脚步打滑，会造成接触点的速度误差。因此，本章结合前向运动学因子和基坐标系的测量，引入接触因子，建立量测方程，实现双足机器人的状态估计。

假定双足机器人与地面之间的关系是 3 自由度约束的点接触，即所有转动自由度无约束。可设接触点坐标系的线速度为 0，即  ${}_{\mathbf{w}} \mathbf{v}_c(t) = \mathbf{0}$ 。此时可得接触点位姿的动态方程为

$${}_{\mathbf{w}}\dot{\mathbf{p}}_{\mathbf{C}}(t) = {}_{\mathbf{w}}\mathbf{v}_{\mathbf{C}}(t) + \mathbf{R}_{\mathbf{wC}}(t)\boldsymbol{\eta}^v(t) = \mathbf{R}_{\mathbf{wC}}(t)\boldsymbol{\eta}^v(t)$$

其中  $\boldsymbol{\eta}^v \sim \mathcal{N}(0, \Sigma^v)$  表示接触点滑动的高斯白噪声。将上述方程改写为矩阵形式

$$\dot{\mathbf{d}}(t) = \mathbf{C}(t)\boldsymbol{\eta}^v(t) \quad (3-7)$$

上式可通过欧拉积分实现姿态从  $t \sim t + \Delta t$  的变换，即

$$\mathbf{d}(t + \Delta t) = \mathbf{d}(t) + \mathbf{C}(t)\boldsymbol{\eta}^{vd}(t)\Delta t$$

则式 (3-7) 从接触开始时间  $t_i$  至接触结束时间  $t_j$  的积分为

$$\mathbf{d}_j = \mathbf{d}_i + \sum_{k=i}^{j-1} \mathbf{C}_k \boldsymbol{\eta}_k^{vd} \Delta t = \mathbf{d}_i + \sum_{k=i}^{j-1} \mathbf{R}_k f_R(\boldsymbol{\alpha}_k^{\omega} \boldsymbol{\eta}_k^{\alpha}) \boldsymbol{\eta}_k^{vd} \Delta t \quad (3-8)$$

因此在机器人与地面接触的整个时间段里  $t_i \sim t_j$  有

$$\mathbf{R}_i^{\top} (\mathbf{d}_j - \mathbf{d}_i) = \sum_{k=i}^{j-1} \Delta \mathbf{R}_{ik} f_R(\boldsymbol{\alpha}_k^{\omega} - \boldsymbol{\eta}_k^{\alpha}) \boldsymbol{\eta}_k^{vd} \Delta t$$

### 3.4.3 机器人状态方程

通过建立 IMU、接触点与正运动学之间的量测关系，即可建立 InEKF 滤波模型，从而实现双足机器人的状态估计。需要估计的双足机器人状态有位置  $\mathbf{R}_{\mathbf{WB}}(t)$ ，速度  ${}_{\mathbf{w}}\mathbf{v}_{\mathbf{WB}}(t)$  和姿态  ${}_{\mathbf{w}}\mathbf{p}_{\mathbf{WB}}(t)$ 。另外，建立接触点与双足机器人各个关节之间的位置状态为  ${}_{\mathbf{w}}\mathbf{p}_{\mathbf{WC}_i}(t)$ 。利用上述状态形成李群元素  $\mathbf{X}_t \in \text{SE}_{6+2}$  (3)

$$\mathbf{X}_t @ \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{\mathbf{WB}}(t) & {}_{\mathbf{w}}\mathbf{v}_{\mathbf{WB}}(t) & {}_{\mathbf{w}}\mathbf{p}_{\mathbf{WB}}(t) & {}_{\mathbf{w}}\mathbf{p}_{\mathbf{WC}_1}(t) & \mathbf{L} & {}_{\mathbf{w}}\mathbf{p}_{\mathbf{WC}_6}(t) \\ \mathbf{0}_{1,3} & 1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{L} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0}_{1,3} & \mathbf{0} & 1 & \mathbf{0} & \mathbf{L} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0}_{1,3} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & 1 & \mathbf{L} & \mathbf{0} \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{O} & \mathbf{M} \\ \mathbf{0}_{1,3} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{L} & 1 \end{bmatrix}$$

对于  ${}_{\mathbf{w}}\mathbf{p}_{\mathbf{WC}_i}(t)$ ，其状态和量测方程都是一样的，因此可以利用单一接触点公

式 (3-8) 简化为:

$$\mathbf{X}_t @ \begin{bmatrix} \mathbf{R}_t & \mathbf{v}_t & \mathbf{p}_t & \mathbf{d}_t \\ \mathbf{0}_{1,3} & 1 & 0 & 0 \\ \mathbf{0}_{1,3} & 0 & 1 & 0 \\ \mathbf{0}_{1,3} & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u}_t = \begin{bmatrix} \mathbf{B}\hat{\boldsymbol{\omega}}_{WB}(t) \\ \mathbf{B}\hat{\mathbf{a}}_{WB}(t) \end{bmatrix} @ \begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{\omega}}_t \\ \hat{\mathbf{a}}_t \end{bmatrix}$$

其中, 输入  $\mathbf{u}_t$  由加速度计和陀螺仪的量测噪声构成。因此, 对于整个状态, 其李代数  $\xi \in \mathfrak{g}$  表达的状态  $\mathcal{L}_{\mathfrak{g}}(\xi)$  为 5+6 维的方阵。对于单接触点的双足机器人, 其状态李代数为

$$\mathcal{L}_{\mathfrak{g}}(\xi) = \begin{bmatrix} (\xi^R)_x & \xi^v & \xi^p & \xi^d \\ \mathbf{0}_{1,3} & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{0}_{1,3} & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{0}_{1,3} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

其中,  $(\cdot)_x$  表示  $3 \times 3$  的斜对称阵。相应的伴随因子为

$$\text{Ad}_{\mathbf{X}_t} = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ (\mathbf{v}_t)_x \mathbf{R}_t & \mathbf{R}_t & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ (\mathbf{p}_t)_x \mathbf{R}_t & \mathbf{0} & \mathbf{R}_t & \mathbf{0} \\ (\mathbf{d}_t)_x \mathbf{R}_t & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{R}_t \end{bmatrix}$$

在不考虑 IMU 零偏的情况下, 假定 IMU 的量测噪声建模为加性高斯白噪声, 即

$$\begin{aligned} \hat{\boldsymbol{\omega}}_t &= \boldsymbol{\omega}_t + \mathbf{w}_t^g, & \mathbf{w}_t^g &\sim \mathcal{N}(\mathbf{0}_{3,1}, \boldsymbol{\Sigma}^g) \\ \hat{\mathbf{a}}_t &= \mathbf{a}_t + \mathbf{w}_t^a, & \mathbf{w}_t^a &\sim \mathcal{N}(\mathbf{0}_{3,1}, \boldsymbol{\Sigma}^a) \end{aligned}$$

同时, 由于接触点的定义是双足机器人与地面的接触且不存在相互滑动, 因此接触点的速度为 0, 即

$${}^c \hat{\mathbf{v}}_{WC} = \mathbf{0}_{3,1} = {}^c \mathbf{v}_{WC} + \mathbf{w}_t^v, \quad \mathbf{w}_t^v \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}_{3,1}, \boldsymbol{\Sigma}^v)$$

根据 IMU 和接触点测量信息, 可得到系统的动态方程为:

$$\begin{aligned}
\mathbf{R}_t^g &= \mathbf{R}_t \left( \overset{\circ}{\boldsymbol{\omega}}_t - \mathbf{w}_t^g \right)_x \\
\mathbf{R}_t^a &= \mathbf{R}_t \left( \overset{\circ}{\mathbf{a}}_t - \mathbf{w}_t^a \right) + \mathbf{g} \\
\mathbf{p}_t &= \mathbf{v}_t \\
\mathbf{d}_t &= \mathbf{R}_t \mathbf{h}_R \left( \overset{\circ}{\boldsymbol{\alpha}}_t \right) \left( -\mathbf{w}_t^v \right)
\end{aligned}$$

其中， $\mathbf{g}$  表示重力加速度向量； $\mathbf{h}_R(\overset{\circ}{\boldsymbol{\alpha}}_t)$  表示接触点相对于 IMU 坐标系的姿态转换矩阵，因此  $\mathbf{R}_t \mathbf{h}_R(\overset{\circ}{\boldsymbol{\alpha}}_t)$  表示接触点相对于世界坐标系的姿态转换矩阵。

可得状态方程的矩阵形式：

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \mathbf{X}_t &= \begin{bmatrix} \mathbf{R}_t \left( \overset{\circ}{\boldsymbol{\omega}}_t \right)_x & \mathbf{R}_t \overset{\circ}{\mathbf{a}}_t + \mathbf{g} & \mathbf{v}_t & \mathbf{0}_{3,1} \\ \mathbf{0}_{1,3} & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{0}_{1,3} & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{0}_{1,3} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
&\quad - \begin{bmatrix} \mathbf{R}_t & \mathbf{v}_t & \mathbf{p}_t & \mathbf{d}_t \\ \mathbf{0}_{1,3} & 1 & 0 & 0 \\ \mathbf{0}_{1,3} & 0 & 1 & 0 \\ \mathbf{0}_{1,3} & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \left( \mathbf{w}_t^g \right)_x & \mathbf{w}_t^a & \mathbf{0}_{3,1} & \mathbf{h}_R \left( \overset{\circ}{\boldsymbol{\alpha}}_t \right) \mathbf{w}_t^v \\ \mathbf{0}_{1,3} & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{0}_{1,3} & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{0}_{1,3} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
&\quad @f_{u_t}(\mathbf{X}_t) - \mathbf{X}_t \mathcal{L}_g(\mathbf{w}_t)
\end{aligned}$$

其中，过程噪声为  $\mathbf{w}_t @ \left( \mathbf{w}_t^g, \mathbf{w}_t^a, \mathbf{0}_{3,1}, \mathbf{h}_R \left( \overset{\circ}{\boldsymbol{\alpha}}_t \right) \mathbf{w}_t^v \right)^T$ 。

根据右 Invariant 误差定义，可得

$$\boldsymbol{\eta}_t = \hat{\mathbf{X}}_t \hat{\mathbf{X}}_t^{-1} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{R}}_t \mathbf{R}_t^T & \hat{\mathbf{v}}_t - \hat{\mathbf{R}}_t \mathbf{R}_t^T \mathbf{v}_t & \hat{\mathbf{p}}_t - \hat{\mathbf{R}}_t \mathbf{R}_t^T \mathbf{p}_t & \hat{\mathbf{d}}_t - \hat{\mathbf{R}}_t \mathbf{R}_t^T \mathbf{d}_t \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & 1 & 0 & 0 \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & 0 & 1 & 0 \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \exp(\boldsymbol{\xi}_t)$$

对  $\boldsymbol{\eta}_t$  求导得到其动态方程

$$\frac{d}{dt} \boldsymbol{\eta}_t = f_{u_t}(\boldsymbol{\eta}_t) - \boldsymbol{\eta}_t f_{u_t}(\mathbf{I}_d) + \left( \hat{\mathbf{X}}_t \mathcal{L}_g(\mathbf{w}_t) \hat{\mathbf{X}}_t^{-1} \right) \boldsymbol{\eta}_t @g_{u_t}(\boldsymbol{\eta}_t) + \mathcal{L}_g(\hat{\mathbf{w}}_t) \boldsymbol{\eta}_t$$

根据李群与李代数之间的关系

$$\frac{d}{dt} \xi_t = \mathbf{A}_t \xi_t + \hat{\mathbf{w}}_t = \mathbf{A}_t \xi_t + \text{Ad}_{\hat{\mathbf{x}}_t} \mathbf{w}_t$$

对右 Invariant 误差方程  $g_{u_t}(\cdot)$  进行泰勒一阶展开计算  $\mathbf{A}_t$ 。

$$\begin{aligned} \eta_t &= \exp(\xi_t) \approx \mathbf{I}_d + \mathcal{L}_g(\xi_t) \\ g_{u_t}(\mathbf{I}_d + \mathcal{L}_g(\xi)) &= \begin{bmatrix} \left( \mathbf{I} + (\xi_t^R)_\times \right) (\hat{\omega}_t)_\times & \left( \mathbf{I} + (\xi_t^R)_\times \right) \hat{\mathbf{a}}_t^0 + \mathbf{g} & \xi_t^v & \mathbf{0}_{3,1} \\ \mathbf{0}_{1,3} & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{0}_{1,3} & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{0}_{1,3} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{I} + (\xi_t^R)_\times & \xi_t^v & \xi_t^p & \xi_t^d \\ \mathbf{0}_{3,1} & 1 & 0 & 0 \\ \mathbf{0}_{3,1} & 0 & 1 & 0 \\ \mathbf{0}_{3,1} & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (\hat{\omega}_t)_\times & \hat{\mathbf{a}}_t^0 + \mathbf{g} & \mathbf{0}_{3,1} & \mathbf{0}_{3,1} \\ \mathbf{0}_{1,3} & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{0}_{1,3} & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{0}_{1,3} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3,3} & (\mathbf{g})_\times \xi_t^R & \xi_t^v & \mathbf{0}_{3,1} \\ \mathbf{0}_{1,3} & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{0}_{1,3} & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{0}_{1,3} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \mathcal{L}_g \left( \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3,1} \\ (\mathbf{g})_\times \xi_t^R \\ \xi_t^v \\ \mathbf{0}_{3,1} \end{bmatrix} \right) \end{aligned}$$

上式即为 RI-EKF 的一步预测方程。同理，全状态  $\mathbf{X}_t$  的一步预测及其预测方差可

基于上式得到

$$\frac{d}{dt} \hat{\mathbf{X}}_t = f_{u_t}(\hat{\mathbf{X}}_t) \quad \frac{d}{dt} \mathbf{P}_t = \mathbf{A}_t \mathbf{P}_t + \mathbf{P}_t \mathbf{A}_t^\top + \hat{\mathbf{Q}}_t$$

其中，

$$\mathbf{A}_t = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ (\mathbf{g})_\times & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad \hat{\mathbf{Q}}_t = \text{Ad}_{\hat{\mathbf{x}}_t} \text{Cov}(\mathbf{w}_t) \text{Ad}_{\hat{\mathbf{x}}_t}^\top$$

式 (3-9) 即为机器人的完整状态方程。

### 3.4.4 基于前向运动学因子的量测模型

令  $\alpha_t \in \mathbb{R}^6$  表示机体坐标系与接触点坐标系之间的转动角度向量，由于关节编码器存在一定的误差，因此可建立编码器量测的误差模型

$$\delta\phi = \alpha_t + \mathbf{w}_t^\alpha, \quad \mathbf{w}_t^\alpha \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}_{7,1}, \Sigma^\alpha)$$

根据上述前向运动学因子，可以得到接触点相对基坐标的位置为

$${}_{\text{B}}\mathbf{p}_{\text{BC}}(t) @ \mathbf{h}_p(\delta\phi - \mathbf{w}_t^\alpha) \approx \mathbf{h}_p(\delta\phi) - \mathbf{J}_v(\delta\phi) \mathbf{w}_t^\alpha$$

其中， $\mathbf{J}_v$  表示速度雅克比矩阵。因此前向运动学位置量测量为

$$\mathbf{h}_p(\delta\phi) = \mathbf{R}_t^\top (\mathbf{d}_t - \mathbf{p}_t) + \mathbf{J}_v(\delta\phi) \mathbf{w}_t^\alpha$$

将上式改写为右不变观测的矩阵形式  $\mathbf{Y}_t = \mathbf{X}_t^{-1} \mathbf{b} + \mathbf{V}_t$ ，为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{h}_p(\delta\phi) \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_t^\top & -\mathbf{R}_t^\top \mathbf{v}_t & -\mathbf{R}_t^\top \mathbf{p}_t & -\mathbf{R}_t^\top \mathbf{d}_t \\ \mathbf{0}_{1,3} & 1 & 0 & 0 \\ \mathbf{0}_{1,3} & 0 & 1 & 0 \\ \mathbf{0}_{1,3} & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3,1} \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{J}_v(\delta\phi) \mathbf{w}_t^\alpha \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

因此，基于 Invariant 误差的新息和量测更新方程为

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{X}}_t^+ &= \exp(\mathbf{L}_t (\hat{\mathbf{X}}_t \mathbf{Y}_t - \mathbf{b})) \hat{\mathbf{X}}_t \\ \boldsymbol{\eta}_t^{r+} &= \exp(\mathbf{L}_t (\boldsymbol{\eta}_t^r \mathbf{b} - \mathbf{b} + \hat{\mathbf{X}}_t \mathbf{V}_t)) \boldsymbol{\eta}_t^r \end{aligned}$$

其中， $\exp(\cdot)$  表示状态矩阵李群  $\mathcal{G}$  的指数映射， $\mathbf{L}_t$  为滤波的增益矩阵，

$\mathbf{b}^\top = [\mathbf{0}_{1,3} \quad 0 \quad 1 \quad -1]$ ， $\mathbf{Y}_t^\top = [\mathbf{h}_p^\top(\delta\phi) \quad 0 \quad 1 \quad -1]$ 。因为  $\hat{\mathbf{X}}_t \mathbf{Y}_t - \mathbf{b}$  的最后三行都为 0，因此可以讲上述增益进行降维，即为  $\mathbf{K}_t$  及其附加矩阵  $\Pi @ [\mathbf{I} \quad \mathbf{0}_{3,3}]$ ，即

$$\mathbf{L}_t (\hat{\mathbf{X}}_t \mathbf{Y}_t - \mathbf{b}) = \mathbf{K}_t \Pi (\hat{\mathbf{X}}_t \mathbf{Y}_t)$$

将指数映射进行一阶线性化  $\boldsymbol{\eta}_t^r = \exp(\boldsymbol{\xi}_t) \approx \mathbf{I}_d + \mathcal{L}_{\mathbf{g}}(\boldsymbol{\xi}_t)$ ，并去掉高阶项，可对

更新方程进行线性化

$$\boldsymbol{\eta}_t^{r+} \approx \mathbf{I}_d + \mathcal{L}_g(\boldsymbol{\xi}_t^+) \approx \mathbf{I}_d + \mathcal{L}_g(\boldsymbol{\xi}_t) + \mathcal{L}_g \left( \mathbf{K}_t \boldsymbol{\Pi} \left( \mathbf{I}_d + \mathcal{L}_g(\boldsymbol{\xi}_t) \right) \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3,1} \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} + \boldsymbol{\mathfrak{K}}_t \begin{bmatrix} \mathbf{J}_v(\mathbf{a}_t) \mathbf{w}_t^\alpha \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right)$$

因此

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_g(\boldsymbol{\xi}_t^+) &= \mathcal{L}_g(\boldsymbol{\xi}_t) + \mathcal{L}_g \left( \mathbf{K}_t \boldsymbol{\Pi} \left( \begin{bmatrix} \mathbf{I} + (\boldsymbol{\xi}_t^R) & \boldsymbol{\xi}_t^v & \boldsymbol{\xi}_t^p & \boldsymbol{\xi}_t^d \\ \mathbf{0}_{3,1} & 1 & 0 & 0 \\ \mathbf{0}_{3,1} & 0 & 1 & 0 \\ \mathbf{0}_{3,1} & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3,1} \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} + \hat{\mathbf{X}}_t \begin{bmatrix} \mathbf{J}_v(\boldsymbol{\partial}_t^0) \mathbf{w}_t^\alpha \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right) \right) \\ &= \mathcal{L}_g(\boldsymbol{\xi}_t) + \mathcal{L}_g \left( \mathbf{K}_t \boldsymbol{\Pi} \left( \begin{bmatrix} \boldsymbol{\xi}_t^p - \boldsymbol{\xi}_t^d \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} + \boldsymbol{\mathfrak{K}}_t \begin{bmatrix} \mathbf{J}_v((\boldsymbol{\partial}_t^0)) \mathbf{w}_t^\alpha \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right) \right) \end{aligned}$$

两边同时取  $\mathcal{L}_g^{-1}$ ，得到线性更新方程

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\xi}_t^+ &= \boldsymbol{\xi}_t - \mathbf{K}_t \left( \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3,3} & \mathbf{0}_{3,3} & -\mathbf{I} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \boldsymbol{\xi}_t - \hat{\mathbf{R}}_t (\mathbf{J}_v(\boldsymbol{\partial}_t^0) \mathbf{w}_t^\alpha) \right) \\ &\quad @ \boldsymbol{\xi}_t - \mathbf{K}_t (\mathbf{H}_t \boldsymbol{\xi}_t - \hat{\mathbf{R}}_t (\mathbf{J}_v(\boldsymbol{\partial}_t^0) \mathbf{w}_t^\alpha)) \end{aligned}$$

上式得到的是经过 InEKF 滤波更新之后得到的状态误差，因此利用 Kalman 滤波理论和线性更新方程可得全状态及其方差的滤波结果：

$$\hat{\mathbf{X}}_t^+ = \exp(\mathbf{K}_t \boldsymbol{\Pi}(\boldsymbol{\mathfrak{K}}_t \mathbf{Y}_t)) \hat{\mathbf{X}}_t, \quad \mathbf{P}_t^+ = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_t \mathbf{H}_t) \mathbf{P}_t$$

其中，增益  $\mathbf{K}_t$  通过如下方式计算

$$\mathbf{S}_t = \mathbf{H}_t \mathbf{P}_t \mathbf{H}_t^\top + \hat{\mathbf{N}}_t, \quad \mathbf{K}_t = \mathbf{P}_t \mathbf{H}_t^\top \mathbf{S}_t^{-1}$$

量测矩阵  $\mathbf{H}_t$  和量测噪声矩阵  $\hat{\mathbf{N}}_t$  为

$$\mathbf{H}_t = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3,3} & \mathbf{0}_{3,3} & -\mathbf{I} & \mathbf{I} \end{bmatrix}, \quad \hat{\mathbf{N}}_t = \hat{\mathbf{R}}_t \mathbf{J}_v(\boldsymbol{\partial}_t^0) \mathbf{Cov}(\mathbf{w}_t^\alpha) \mathbf{J}_v^\top(\boldsymbol{\partial}_t^0) \hat{\mathbf{R}}_t^\top$$



### 3.4.5 状态估计模型离散化

通过零阶保持器对上述动态方程和量测方程进行离散化，得到其滤波算法流程为

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{R}}_{k+1} &= \hat{\mathbf{R}}_k \exp\left(\left(\hat{\boldsymbol{\omega}}_k - \mathbf{b}_k^{\mathcal{S}}\right)\Delta t\right) \\ \hat{\mathbf{v}}_{k+1} &= \hat{\mathbf{v}}_k + \hat{\mathbf{R}}_k \left(\hat{\mathbf{a}}_k^{\mathcal{O}} - \mathbf{b}_k^{\mathcal{S}}\right)\Delta t + \mathbf{g}\Delta t \\ \hat{\mathbf{p}}_{k+1} &= \hat{\mathbf{p}}_k + \hat{\mathbf{v}}_k\Delta t + \frac{1}{2}\hat{\mathbf{R}}_k \left(\hat{\mathbf{a}}_k^{\mathcal{O}} - \mathbf{b}_k^{\mathcal{S}}\right)\Delta t^2 + \frac{1}{2}\mathbf{g}\Delta t^2 \\ \hat{\mathbf{d}}_{k+1} &= \hat{\mathbf{d}}_k, \quad \hat{\mathbf{b}}_{k+1}^{\mathcal{S}} = \hat{\mathbf{b}}_k^{\mathcal{S}}, \quad \hat{\mathbf{b}}_{k+1}^{\mathcal{O}} = \hat{\mathbf{b}}_k^{\mathcal{O}}\end{aligned}$$

其中， $\Delta t = t_{k+1} - t_k$ 。同时，可用一阶近似代替 Riccati 方程的积分形式，即

$$\mathbf{P}_{k+1} = \Phi \mathbf{P}_k \Phi^{\top} + \hat{\mathbf{Q}}_k$$

其中状态转移矩阵的离散化形式  $\Phi \approx \exp_m(\mathbf{A}_t \Delta t)$ ，噪声方差矩阵的离散化形式为  $\hat{\mathbf{Q}}_k \approx \Phi \hat{\mathbf{Q}}_t \Phi^{\top} \Delta t$ 。

### 3.5 仿真试验验证

本节基于双足机器人 Casia 的仿真模型，对所提出的状态估计方法进行试验验证。Casia 的 Simcape 仿真 3D 模型如图 6 所示。

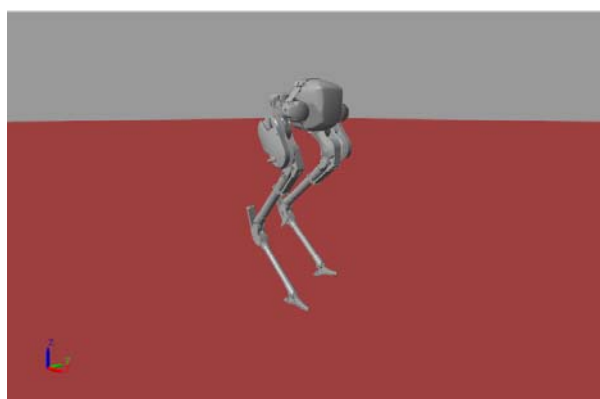


图 6 Casia 仿真模型

双足机器人装备有 VN-100 型 IMU，可提供 800Hz 的角速率和加速度；编

码器提供 2000Hz 的关节角度测量，传感器量测噪声如下表所示：

量测值	噪声标准差
线性加速度	0.04m/s <sup>2</sup>
角速度	0.002rad/s
加速度计零偏	0.001m/s <sup>2</sup>
陀螺仪零偏	0.001rad/s
接触线速度	0.05m/s
关节编码器	1.0deg

板簧挠度由编码器测量值计算所得，被当做是二值接触传感器。整个仿真试验基于 Casia 的基本控制，在 Simulink Real-Time 下进行实时仿真，行走速度为 0.3m/s，行走轨迹如图 7 所示。仿真持续 100s，结果如图 8-10 所示。

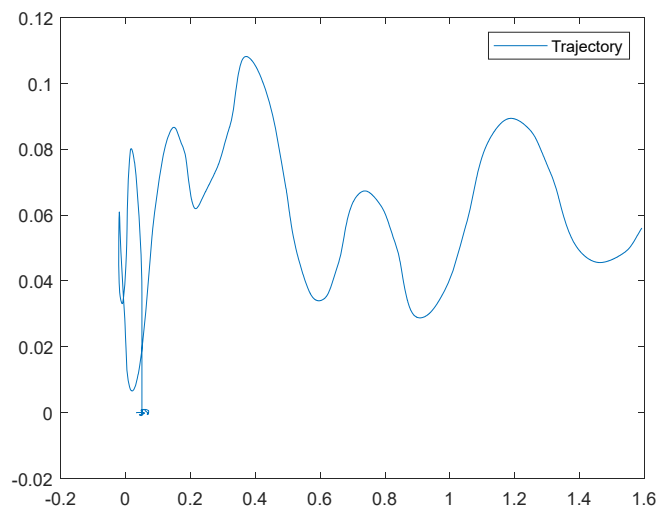


图 7 行走轨迹

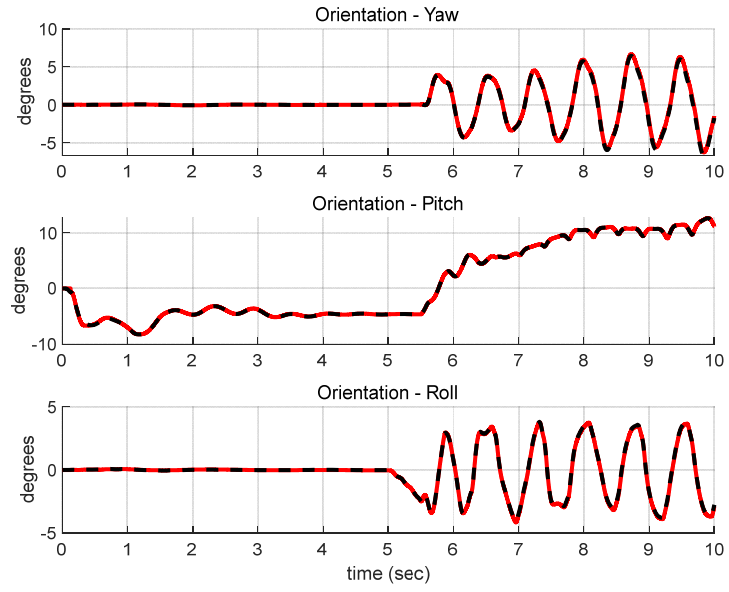


图 8 姿态估计结果

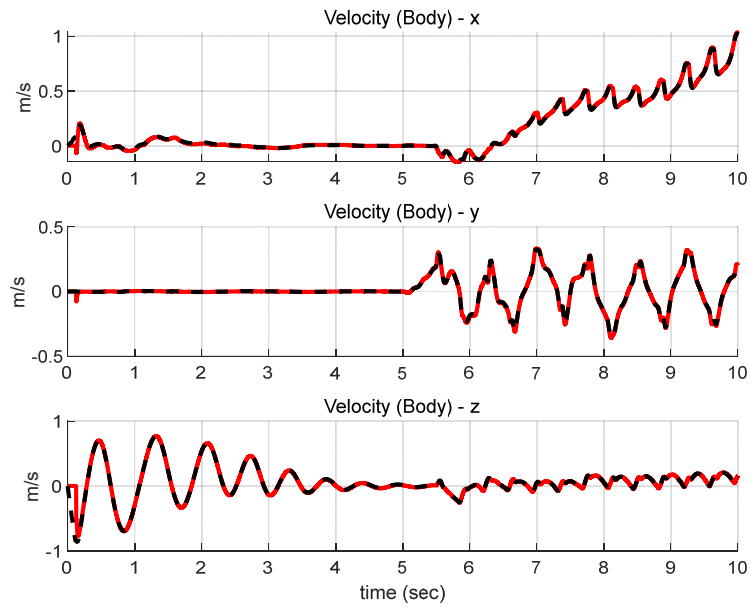


图 9 速度估计结果

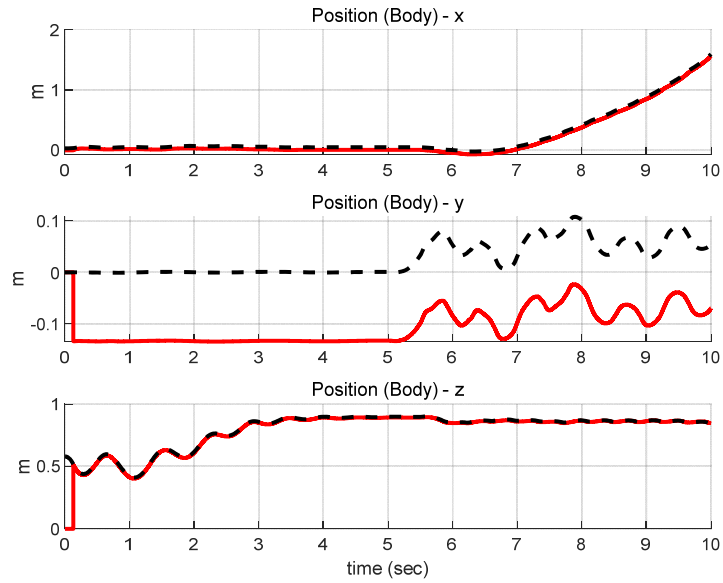


图 10 位置估计结果

可以看出，当估计初值都设定为零时，InEKF 的估计结果，除了 y 方向的位置估计存在恒定偏差以外，其余状态的估计误差都很小，完全满足双足机器人行走控制的要求。除此之外，通过与传统EKF的估计结果相比较，也能看出InEKF在机器人状态估计领域比较大的优势。这是因为相比 EKF，InEKF 在误差的线性化上更加准确，因此能够正确的反映系统的非线性特性。

## 4 总结与展望

### 4.1 工作总结

本文研究了双足机器人的本体状态估计问题，主要包括基于惯导 IMU 解算的状态估计、基于机体运动学建模分析的状态估计以及基于多传感器信息融合的状态估计，最后通过仿真与实物实验，验证了所提出的多传感器信息融合框架在估计本体状态时能够有效抑制惯导解算积分产生的漂移，滤除运动学计算中的尖峰噪声，具有较高的精确度。文章主要工作包括以下几个方面：

(1) 针对双足机器人，基于其几何构型与关节位移传感器，分别进行单腿与整体的运动学建模分析，求出各腿足端点相对于本体质心的位置，利用 IMU 计算的姿态转换矩阵进行坐标系变换，并辅以足端力传感器信息，反向求解本体质心相对于支撑腿足端点的位置与速度。

(3) 提出了多传感器信息两级融合策略。首先，根据足端力信息判断四足机器人支撑情况，进行多支撑腿运动学信息的第一级融合；其次，利用 InEKF 将运动学融合结果与 IMU 解算结果进行第二级融合，最终得出机器人本体状态的最优估计结果。

(4) 设计了双足机器人 Casia 本体状态估计仿真实验，验证了融合策略的有效性。仿真实验中，利用软件对机器人本体质心速度和位置的直接输出作为真实值；采集实验数据，应用所提出的融合框架对不同来源的信息进行融合处理，得出本体状态量的最优估计值，并将其与真实值对比。结果表明，相比基于单一传感器的估计值，利用融合策略对本体状态量进行估计的结果能够有效抑制惯导解算的漂移，滤除运动学计算中的尖峰噪声，且具有更高的精确度。

### 4.2 未来工作展望

本文以惯导 IMU 和各支撑腿运动学解算为信息源提出了两级融合框架，用以估计足式机器人的本体状态，并通过仿真和实验验证了融合估计方法的有效性，但是由于时间有限，该融合估计方法还有一些实际问题尚未解决，未来主

要可以从以下几个方面进行提高:

(1) 考虑足端滑动等干扰带来的影响。该融合估计方法的提出,均是在假设足端不发生滑动的情况下进行的,仿真与实验验证中机器人所处地面也相对平整。当地面崎岖不平或摩擦系数较小,如碎石地面、雪地等,支撑腿的足端极易打滑,进而会对运动学计算的本体位置和速度带来干扰,无法与惯导 IMU 的信息进行直接融合。进一步的工作可以利用足端力传感器信息对足端滑动情况进行检测,然后对打滑情况下的运动学数据进行舍弃或平滑等预处理。

(2) 将本体状态的融合估计结果应用于实际控制中,提升控制性能。机器人在不平整地面行走时,为了保证本体的稳定性,常常需要对本体质心的高度进行有效控制,而本体的速度也常在相关控制结构中用作速度反馈,以使机器人的运动更加平稳。下一步的工作中可以将本体状态的融合估计值应用于这些控制方法中,提升控制器的性能。

## 参考文献

- [1] Nobili S, Camurri M, Barasuol V, et al. Heterogeneous Sensor Fusion for Accurate State Estimation of Dynamic Legged Robots [C]. Robotics Science and Systems. 2017.
- [2] Pei-Chun Lin, Haldun Komsuoglu, Daniel E Koditschek. A Leg Configuration Measurement System for Full-Body Pose Estimates in a Hexapod Robot[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2005, 21(3): 411~422.
- [3] Pei-Chun Lin, Haldun Komsuoglu, Daniel E Koditschek. Sensor Data Fusion for Body State Estimation in a Hexapod Robot with Dynamical Gaits[J]. IEEE Transactions on, 2006, 22(5): 932~943.
- [4] Reinstein, Matej Hoffmann. Dead Reckoning in a Dynamic Quadruped Robot: Inertial Navigation System Aided by a Legged Odometer[C]. IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2011:617~624.
- [5] Reinstein, Michal, Matej Hoffmann. Dead Reckoning in a Dynamic Quadruped Robot Based on Multimodal Proprioceptive Sensory Information[C]. IEEE Transactions on Robotics, 2013:563~571.
- [6] Chilian A, Hirschmuller H, Gerner M. Multisensor Data Fusion for Robust Pose Estimation of a Six-Legged Walking Robot[C]. IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2011:2497~2504.
- [7] Bloesch M, Hutter M, et al. State Estimation for Legged Robots-Consistent Fusion of Leg Kinematics and IMU[C]. Robotics Science and Systems, 2012:11~12.
- [8] Bloesch M, Gehring C, et al. State Estimation for Legged Robots on Unstable and Slippery Terrain [C]. IEEE International Conference on International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2013:6058~6064.

- [9] Ma J, Bajracharya M, Susca S, et al. Real-time Pose Estimation of a Dynamic Quadruped in GPS-Denied Environments for 24-hour Operation [J]. International Journal of Robotics Research, 2016, 35(6): 631~653.
- [10] Nobili S, Camurri M, Barasuol V, et al. Heterogeneous Sensor Fusion for Accurate State Estimation of Dynamic Legged Robots[C]. Robotics Science and Systems, 2017.
- [11] 王军, 苏剑波, 席裕庚. 多传感器融合综述[J]. 数据采集与处理, 2004, 19(1): 72~77.
- [12] 余华, 吴文全, 刘忠. D-S 证据理论在移动机器人信息融合中的应用[J]. 计算机与数字工程, 2009, 37(11): 125~129.
- [13] Nouara Dechemi. Multisensor Data Fusion Based on Fuzzy Logic[C]. International Conference on Automation, Robotics and Control System. Orlando, FL, USA, 2010:121~127.
- [14] 许芬, 咸宝金, 李正熙. 基于产生式规则多传感器信息融合方法的移动机器人避障[J]. 电子测量与仪器学报, 2009, 23(10): 73~79.
- [15] 丁承君, 张明路, 段萍. 模糊神经网络在移动机器人信息融合中的应用[J]. 控制理论与应用, 2004, 21(1): 59~62.
- [16] 姜志兵. 模糊神经网络信息融合在移动机器人导航中的应用[J]. 机床与液压, 2009, 37(7): 154~156.
- [17] Welch G, Bishop G. An Introduction to the Kalman Filter [M]. University of North Carolina at Chapel Hill, 2001.
- [18] Reece S, Roberts S. An Introduction to Gaussian Processes for the Kalman Filter Expert [C]. Information Fusion. IEEE, 2011:1~9.
- [19] Bailey T, Nieto J, Guivant J, et al. Consistency of the EKF-SLAM Algorithm [C]. IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2006:3562~3568.



- [20] Jimenez A R, Seco F, Prieto J C, et al. Indoor Pedestrian Navigation Using an INS/EKF Framework for Yaw Drift Reduction and a Foot-Mounted IMU[C]. Positioning Navigation and Communication. IEEE, 2010:135~143.
- [21] Kolas S, Foss B A, Schei T S. Constrained Nonlinear State Estimation Based on the UKF Approach[J]. Computers & Chemical Engineering, 2009, 33(8): 1386~1401.
- [22] 王法胜, 鲁明羽. 粒子滤波算法[J]. 计算机学报, 2014, 37(8): 1679~1694.
- [23] Hyoin B, Jun H. Biped robot state estimation using compliant inverted pendulum model[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2018, 108(8): 38-50.
- [24] Matthieu V, Florent D, Nicolas P. Estimation for a Legged Robot With Multiple Flexibilities Using IMUs: A Kinematic Approach[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2020, 5(1): 195-202.
- [25] Matthew R. Contact-Aided State Estimation on Lie Groups for Legged Robot Mapping and Control[D], 2019, The University of Michigan.

## 致谢

值此博士后工作报告完成之际，回忆起在中国科学院自动化研究所类脑智能研究中心的两年时光，心中感慨万千。首先感谢我的合作导师乔红研究员，她卓越的研究成果，细致的科研精神，优良的生活作风，都让我受益匪浅。其次感谢课题组的贾立好副研究员，在课题研究上的悉心指导、在工作上的无私帮助及在生活等许多方面的谆谆教诲，都让我受益匪浅，尤其是他严谨的学风和科学的思维，更是为我以后的科研工作树立了典范。感谢课题组的同事，感谢实验室全体老师及工作人员，为我提供了如此优秀的科研平台和环境。

感谢我亲爱的父亲、母亲，他们不辞辛苦地支持我的科研之路、教我做人做事之道。感谢我温柔善良的妻子沈晓春，在我科研工作的道路上，无论我身处顺境还是遇到挫折，她都给予了我真诚的理解和鼓励。

最后，真诚地感谢中国博士后基金会，感谢每一位曾经支持、帮助和关心过我的老师、亲人和朋友！

## 博士后期间发表的学术论文

### 发表论文：

- [1] Y. Tian, D. Guo, K. Zhang, et.al, “A Review of Fault Diagnosis for Traction Induction Motor” , 2018, Proceedings of 37th Chinese Control Conference, Wuhan.
- [2] H. Tang, K. Zhang, D. Guo, et.al, “Stacked Denoising Autoencoder based Fault Diagnosis for Rotating Motor”, 2018, Proceedings of 37th Chinese Control Conference, Wuhan.

### 科研项目：

- [1] 国家自然科学基金青年基金，《引入健康状态感知的双足机器人自主运动决策与规划》，主持，25 万元。
- [2] 中国博士后基金面上项目，《区域反恐战场感知高精度对地观测系统关键技术研究》，主持，6 万元。
- [3] 横向课题，《神经计算芯片路径规划演示系统软件平台研发》，主持，45 万元。
- [4] 横向课题，《智能决策算法研究》，参与，45 万元。

## 博士生期间发表的学术论文

- [1] Maiying Zhong, Dingfei Guo and Donghua Zhou. A Krein Space Approach to  $H_\infty$  Filtering of Discrete-Time Nonlinear Systems [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers, 2014, 61(9): 2644-2652.
- [2] Maiying Zhong, Dingfei Guo and Donghua Zhou. PMI-based nonlinear  $H_\infty$  estimation of unknown sensor error for INS/GPS integrated system [J]. IEEE Sensors Journal, 2015, 15(5): 2785-2794.
- [3] Maiying Zhong, Jia Guo, Dingfei Guo and Zhaohua Yang. An Extended  $H_i/H_\infty$  Optimization Approach to Fault Detection of INS/GPS-Integrated System [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2016, 65(11): 2495-2504.
- [4] Dingfei Guo, Maiying Zhong and Donghua Zhou. Multisensor Data-Fusion-based Approach to Airspeed Measurement Fault Detection for Unmanned Aerial Vehicles [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2018, 67(2): 317-327.
- [5] Dingfei Guo, Yulin Wang, Maiying Zhong and Yan Zhao. Fault Detection and Isolation for Unmanned Aerial Vehicle Sensors by Using Extended PMI Filter [C]. IFAC 10<sup>th</sup> Safeprocess conference.
- [6] Dingfei Guo, Maiying Zhong, Hongquan Ji, Yang Liu and Rui Yang. A Hybrid Feature Model and Deep Learning Based Fault Diagnosis for Unmanned Aerial Vehicle Sensors [J]. Neurocomputing. 2019, 319(30): 155-163.

## 个人简介

郭丁飞，男，汉族，1990年3月出生于山西省临汾市，中共党员。2007年9月由临汾一中考入北京航空航天大学仪器科学与光电工程学院，并于2011年7月获得工学学士学位。2011年9月考入北京航空航天大学仪器科学与光电工程学院精密仪器及机械专业攻读硕士学位，并于2012年9月硕博连读，2018年6月博士毕业，2018年7月进入中科院自动化研究所进行博士后研究至今。