

基于Bezier曲线的多无人机路径规划算法*

胡峰, 王硕

中国科学院自动化研究所复杂系统与智能科学实验室, 北京 100190

E-mail: feng.hu@ia.ac.cn shuo.wang@ia.ac.cn

摘要: 本文提出了一种基于Bezier曲线的多无人机路径规划算法。该算法可以根据多无人机当前的位置、速度等状态信息以及目标点处的位置和速度信息, 为每架无人机规划出安全可行的路径。该算法基于Bezier曲线的各种特性, 能够较好的解决多无人机路径规划问题, 并规划无人机各个时刻的位置、速度、加速度等状态信息, 解决了无人机飞行时需要满足的最大最小速度约束、最大加速度约束、转弯半径约束以及无人机间避碰约束等。

关键词: 多无人机, 路径规划, Bezier曲线

An Algorithm for Path Planning of Multiple Unmanned Aerial Vehicles Based on Bezier Curve*

HU Feng, WANG Shuo

Lab. of Complex Systems and Intelligence Sciences, Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, P.R.china.

E-mail: feng.hu@ia.ac.cn, shuo.wang@ia.ac.cn

Abstract: This paper presents an algorithm which based on Bezier curve for path planning of multiple unmanned aerial vehicles. Given the present state information such as the UAVs' present velocity, present position and the final state information such as the UAVs' final velocity, final position, this algorithm is able to generate feasible path for each UAV. This algorithm which based on the various characteristics of the Bezier curve works well on path planning of unmanned aerial vehicles, and can plan the state of each UAV such as position, velocity, and acceleration on each time point. The paths produced by the algorithm also meet the safety constraints about the UAVs, such as velocity constraints, acceleration constraints, and safe distance between UAVs.

Key Words: Multiple UAVs, Path Planning, Bezier Curve;

1 引言 (Introduction)

自然界中的鸟类等动物在群体活动时经常以编队的形式存在^[1], 它们在运动时以一定的队形保持着相对不变的位置姿态飞行, 并且能够很完美的改变编队队形。这种编队行为有助于鸟类互相传递信息, 有助于它们有效地捕食猎物和抵御外来入侵。无人机由于具有重量轻、尺寸小、机动性高、隐蔽性好等特点, 具有较大的优越性和一些潜在的新用途, 如果能像鸟类那样实现群体性的编队行为, 对于无人机完成战略任务打击敌方目标有着重要的意义。

目前, 随着无人机技术研究的不断深入, 单无人机技术研究日益成熟, 越来越多的科研和实际经验告诉我们, 发展多无人机编队技术是未来无人机技术发展的必然方向。国内外很多科研院所和高校都展开了对多无人机编队技术的研究。目前有不少无人机编队路径规划方法, 如基于蚁群算法^[2]、遗传算法^[3]等方法, 这些方法大多都是给出一系列的可行点, 然后运用插值方法产生路径。产生的最终路径大多是多项式

插值曲线, 而没有把曲率约束加入到插值曲线中。而高速飞行的无人机由于自身物理条件的限制, 必须满足最小转弯半径的约束, 故没有考虑曲率的路径曲线不是真正可行的路径。

也有一些学者提出应用曲线来直接规划整个路径, 如Shanmugavel, M., et al提出利用Dubins曲线来规划多无人机路径^[4], 该方法综合考虑了速度约束、避碰约束、避障约束以及无人机最小转弯半径等, 并且能够实现多无人机同时到达问题, 相比于仅仅规划一系列点的算法有一定的进步, 但是该算法对于同时到达是通过所有无人机都是以相同的速度匀速运动, 规划相同长度的路径曲线来实现的。该方法在一定程度上解决了同时到达问题, 但是, 当路径中出现无人机碰撞可能时, 需要重新规划整条路径并且要保证路径长度仍然相同, 这个对于程序运算而言比较繁琐而且灵活性较差。

针对已有的各种无人机路径规划算法, 本文提出一种基于Bezier曲线的多无人机路径规划算法, 已经有不少把Bezier曲线应用到移动机器人路径规划的文献[5, 6]。本文的算法能保证规划的路径中各点都满足速度约束、加速度约束、转弯半径约束、避碰约

*此项工作得到国家自然科学基金资助, 项目批准号: 60635010, 60725309

束并且能实现同时到达。同时,Bezier曲线的切矢量子性以及端点性质等使得无人机可以以任何初始位置和速度大小及方向开始运动最终同时到达各自目标点形成队形,并且无人机在路径上任意点都可以重新规划路径,并保证最终同时到达目标点。

2 多无人机路径规划问题描述(Description About Path Planning For Multi-UAVs)

假设有N架无人机要从起点飞往N个目标点,并要求所有无人机都能同时到达目标点,假设路径上没有任何障碍物。在高空中可以认为无人机是处于同一高度的,可当作二维空间的路径规划来处理。设起点 $p_{s,i}$ 在初始位置,终点 $p_{f,i}$ 在目标点位置,连接 $p_{s,i}$ 和 $p_{f,i}$ 的路径曲线记为 R_i 。即^[4]:

$$P_{s,i}(x_{s,i}, y_{s,i}, \dot{x}_{s,i}, \dot{y}_{s,i}) \xrightarrow{R_i} P_{f,i}(x_{f,i}, y_{f,i}, \dot{x}_{f,i}, \dot{y}_{f,i}) \quad i = 1, 2, 3 \dots N \quad (1)$$

其中: $(x_{s,i}, y_{s,i})$ 为点 $p_{s,i}$ 的坐标, $\dot{x}_{s,i}, \dot{y}_{s,i}$ 为 $p_{s,i}$ 点速度方向。 $P_{f,i}(x_{f,i}, y_{f,i}, \dot{x}_{f,i}, \dot{y}_{f,i})$ 同理。

本文论述的多无人机路径规划问题需要满足如下约束条件:

1、同时到达

各无人机需同时到达目标点,形成队形。由于多无人机编队的需要,如果要形成某个预定的队形,所有无人机必须同时到达目标点。故需要规划无人机以相同的时间到达各自目标点。

2、速度约束

由于受无人机物理性能的约束,无人机在路径上任意时刻的速度 $V_{i,t}$ 要小于无人机最大速度 V_{max} ,同时,为了保证无人机能正常停留在空中预定高度,其速度需要大于最小速度 V_{min} ,即

$$V_{min} \leq V_{i,t} \leq V_{max} \quad (2)$$

3、加速度约束

受无人机发动机性能的约束以及无人机物理结构的约束,无人机在路径上任意点处的切向加速度 $At_{i,t}$ 要小于最大切向加速度 At_{max} ,即

$$At_{i,t} \leq At_{max} \quad (3)$$

并且无人机在路径上任意点处的法向加速度 $An_{i,t}$ 要小于最大法向加速度 An_{max} ,即

$$An_{i,t} \leq An_{max} \quad (4)$$

由 $An(t) = v(t)^2 \times |\kappa(t)|$ 可知

$$|\kappa(t)| < \kappa_{max} \quad (5)$$

其中: κ_{max} 表示最大曲率; $\kappa_{max} = 1/R_{min}$; R_{min} 为最小转弯半径。显然,这要求规划出来的路径必须是光滑连续的并且路径上各点的曲率都要小于最大曲率。

4、路径最短

对于无人机,无论从执行任务的时间要求上还是从油耗最省原则,都要求其路径最短。无人机路径长度为^[4]

$$Length = \min \int_{s_1}^{s_2} s(t) \quad (6)$$

$$\text{其中: } s(t) = \int_{t_1}^{t_2} \sqrt{\dot{x}(t)^2 + \dot{y}(t)^2} dt, 0 \leq t_1 < t < t_2 \leq 1 \quad (7)$$

其中, $\dot{x}(t) = dx/dt$, $\dot{y}(t) = dy/dt$ 。

5、避碰约束

对于单架无人机,无须考虑避碰约束,但是对于多无人机平台,很可能出现无人机与编队内其他无人机发生碰撞的情况。避碰约束是多无人机能够安全飞行的一个重要因素。

对于每一架无人机,都赋予一个安全半径R,以该无人机为中心,半径为R的区域为该无人机的安全范围,只要在同一时刻各飞机的安全区域没有重叠则可认为飞机间不会发生碰撞。即同一时刻两飞机间的距离 d_{dis} 必须满足:

$$d_{dis} \geq 2R \quad (8)$$

3 Bezier曲线(Bezier Curve)

Bezier曲线是一种光滑连续可导的样条曲线,Bezier曲线的数学描述为:

$$P(t) = \sum_{i=0}^n B_{i,n}(t)q_i \quad 0 \leq t \leq 1 \quad (9)$$

$$B_{i,n}(t) = C_n^i (I-t)^{n-i} t^i \quad (10)$$

$B_{i,n}(t)$ 称为伯恩斯坦基底函数。 q_i 表示第i个控制点的坐标。

本文中用到的是三次Bezier曲线,其表达式为:

$$\begin{aligned} x(t) &= a_x t^3 + b_x t^2 + c_x t + d_x \\ y(t) &= a_y t^3 + b_y t^2 + c_y t + d_y \end{aligned} \quad (11)$$

其中: a_x, b_x, c_x 和 a_y, b_y, c_y 为Bezier曲线系数,该系数可以根据Bezier曲线的四个控制点唯一确定。假设三次Bezier曲线的四个控制点坐标分别为: (x_1, y_1) , (x_2, y_2) , (x_3, y_3) , (x_4, y_4) ,根据上述四个控制点,可以求得对应的系数为:

$$\begin{aligned} a_x &= -x_0 + 3x_1 - 3x_2 + x_3 \\ b_x &= 3x_0 - 6x_1 + 3x_2 \\ c_x &= -3x_0 + 3x_1 \\ d_x &= x_0 \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} a_y &= -y_0 + 3y_1 - 3y_2 + y_3 \\ b_y &= 3y_0 - 6y_1 + 3y_2 \\ c_y &= -3y_0 + 3y_1 \\ d_y &= y_0 \end{aligned} \quad (13)$$

Bezier曲线自身所具有的一些性质决定了它应用于无人机路径轨迹规划有着独特的优势。

1、端点性质

从Bezier曲线的定义可以得出，曲线的起点和终点和其控制多边形的起点和终点重合。

2、切矢量性

对Bezier曲线求一阶导数并取端点值得

$$P'(0) = n(P_1 - P_n), P'(1) = n(P_n - P_{n-1}) \quad (14)$$

这表明Bezier曲线的起点和终点处的切线方向与其特征多边形的第一条边和最后一条边一致。这意味着三次Bezier曲线的两个中间控制点分别在起点和终点的切线方向上。

而且可以知道，Bezier曲线是连续可导的，并且以曲线中的任意一点及此点处的速度方向为初始量，可以规划出平滑连续的Bezier曲线，而在两曲线交点处不会发生曲率突变。当无人机遇到障碍或威胁时可以随时规划出一条可行的规避路径。

3、凸包性

Bezier曲线的各点均在其特征多边形的包围之中。如果Bezier曲线的特征多边形与障碍区域范围没有交集，则规划出来的Bezier曲线不会遇到障碍。

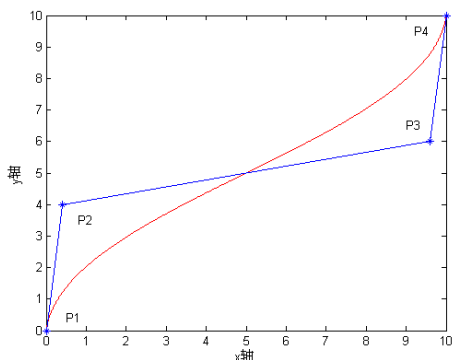


图1 Bezier 曲线及其特性

4 路径规划(Path planning)

4.1 确定各无人机对应的目标点(Allocate The Target Position For Each UAV)

本文讨论的是N架(N>3)无人机要求同时到达N个目标点形成编队，由于无人机受最大最小速度限制，故对于目标点的分配应该按照以下两个原则选取：

1)各无人机起点到目标点的距离尽量相近，设N架无人机到目标点的直线距离分别为 $L_1, L_2, L_3, \dots, L_N$ ，取它们的方差为

$$S = \min(\text{var}(L_1, L_2, L_3, \dots, L_N)) \quad (15)$$

即取方差最小的那组组合。

2)尽量减少航迹交叉。在无人机到目标点直线距离相差不大的情况下，应尽量选择航迹交叉少的，这样会为实现解决避碰约束带来很大便利。

4.2 Bezier曲线控制点选取(Choose The Control Points)

根据Bezier曲线的端点性质，从起始点

$P_{s,i}(x_{s,i}, y_{s,i}, \dot{x}_{s,i}, \dot{y}_{s,i})$ 到终点 $P_{f,i}(x_{f,i}, y_{f,i}, \dot{x}_{f,i}, \dot{y}_{f,i})$ 的Bezier曲线的特征多边形也是以这两点为起点和终点的。由Bezier曲线的切矢量性可知，特征多边形的两个中间控制点分别在起点的速度方向上和终点的速度方向反方向上，即一个中间点在从 $(x_{s,i}, y_{s,i})$ 点出发沿 $(\dot{x}_{s,i}, \dot{y}_{s,i})$ 方向的射线上，特征多边形的另一中间点在从 $(x_{f,i}, y_{f,i})$ 点出发沿 $(-\dot{x}_{f,i}, -\dot{y}_{f,i})$ 方向的射线上。即

$$P_{2,i} = (x_{s,i}, y_{s,i}) + k_1 \times (\dot{x}_{s,i}, \dot{y}_{s,i}) \quad k_1 > 0 \quad (16)$$

$$P_{3,i} = (x_{f,i}, y_{f,i}) - k_2 \times (\dot{x}_{f,i}, \dot{y}_{f,i}) \quad k_2 > 0 \quad (17)$$

中间点的选取决定了Bezier路径曲线的各点曲率以及路径长度。根据公式5，曲率必须小于最大曲率 κ_{\max} ，又知弧长公式 $\Delta s = \Delta \theta / \kappa$ 可知，曲率越小对应该点附近的弧长越大，也就是说路径长度越长，这违背了时间最短和油耗最省原则。故需要综合考虑曲率和路径长度。

本文运用粒子群算法来求取中间点，使得规划出来的Bezier路径曲线综合考虑了曲率要求和路径长度。最优化函数定义为：

$$F = \min(L + \kappa_{\max} \times \lambda) \quad (18)$$

其中： $L = \int_0^1 \sqrt{\dot{x}(t)^2 + \dot{y}(t)^2} dt$ 。 κ_{\max} 为该路径曲线的最大曲率； λ 为调节系数，相对于路径长度，曲率非常小，乘以一个相应的比例系数提高曲率在最优化函数中的比重。

在初始点 P_1 沿其速度方向上取一点 P_m ，使得 $\overline{P_1 P_m} = \overline{P_1 P_4}$ ， $P_1 P_m$ 线段上均匀的取m个粒子，为粒子初始位置。速度方向均与 $(\dot{x}_{s,i}, \dot{y}_{s,i})$ 平行。第i架无人机的第j个粒子第k+1次迭代公式如下：

$$v_{i,j,k+1} = c_0 v_{i,j,k} + c_1 (p_{b_{i,k}} - x_{i,k}) + c_2 (g_{b_{i,k}} - x_{i,k}) \quad (19)$$

$$x_{i,j,k+1} = x_{i,j,k} + v_{i,j,k+1}$$

其中： $v_{i,j,k}$ 表示粒子当前的速度值； $x_{i,j,k}$ 表示粒子当前的位置； $p_{b_{i,k}}$ 是粒子本身找到的最优解的位置； $g_{b_{i,k}}$ 是整个种群目前找到的最优解的位置。

c_0, c_1, c_2 表示群体认知系数， c_0 一般取介于 (0, 1) 之间的随机数， c_1, c_2 取介于 (0, 2) 之间的随机数。根据实际需求调节认知系数，使得种群按理想的速度收敛。

在目标点 P_4 沿其速度反方向上取一点 P_n ，使得 $\overline{P_4 P_n} = \overline{P_1 P_4}$ ，第三个控制点的选取与第二个控制点相似。

求取最优中间点的粒子群算法程序大致流程:

```

for i=1:m
{ 第二个控制点粒子群初始化;
  第三个控制点粒子群初始化; }
do {
  for i=1: m
  {
    给出第i个第二个控制点和第三个控制点对
    应的Bezier曲线;
    Bezier曲线长度、最大曲率;
    求出最优化函数值H(i, k);
    if (H(i, k)<局部最优值)
    { 更新局部最优解信息;
      更新局部最优值; }
    if(局部最优值<全局最优值)
    { 更新全局最优解信息;
      更新全局最优值; }
  }
  更新各粒子群信息; k++;
}while(k<=迭代次数)

```

4.3 无人机同时到达 (Arrival at the same time)

对于实现多架无人机同时到达, 本文采用调节速度的方法。规定路径长度最长的无人机速度取为飞机的最大速度, 即路径最长的飞机全速飞行, 而其他的路径短的飞机根据时间相等原则求出飞行速度。设N架飞机的路径长度为 $S_1, S_2, S_3, \dots, S_N$, 记

$S_{\max} = \max(S_1, S_2, S_3, \dots, S_N)$, 飞机的最大飞行速度为 V_{\max} 。则, 各架飞机的速度可以取为

$$V_i = \frac{S_i}{S_{\max}} \times (0.9 \cdot V_{\max}) \quad (20)$$

其中: 取 $0.9 \cdot V_{\max}$ 是为了考虑无人机如果中途需要改变轨迹或者需要做速度的调整, 给予一定的速度调节空间, 故路径最长的无人机速度取 $0.9 \cdot V_{\max}$ 。

4.4 避碰约束(Collision Avoidance)

碰撞是否发生并不是根据路径曲线是否相交或者曲线最近相距小于 $2R$ 来衡量的, 还要考虑某点处对应的时刻。如图2所示, 两条Bezier曲线发生交叉, 但交叉点C并不一定会发生碰撞, 因为如果第j架飞机到达交点C的时候, 第i架飞机还没有到达C点或者早已经过C点并且与C点距离大于 $2R$, 那么两条路径的交点处就不会发生碰撞。

无人机路径的每一点可以用 (x, y, τ) 构成的三维空间来表示, 在这个包括时间轴 τ 的三维空间中, 如果发生坐标间距离小于安全距离则会发生碰撞。

$$d_{dis} = \sqrt{(x_i(\tau) - x_j(\tau))^2 + (y_i(\tau) - y_j(\tau))^2} \quad \tau \in [0, T_f] \quad (21)$$

其中: $(x_i(\tau), y_i(\tau))$ 表示第 i 架无人机在 τ 时刻的位置坐标; $(x_j(\tau), y_j(\tau))$ 表示第 j 架无人机在 τ 时刻的位置坐标; T_f 表示无人机从起点到达终点所需时间。

如果在某一时刻 $d_{dis} < 2R$, 则有发生碰撞的可能, 需要做相应的调整。对于这个问题, 有两种解决方法, 一种是改变路径, 也就是重新规划路径; 另一种做法是调整速度。第一种方法重新规划路径是比较复杂的而且效率比较低, 因为对于重新规划的路径无法确定是否会再次出现碰撞的可能。第二种方法调整速度就相对比较简单了。

设在 τ_s 处开始出现 $d_{dis} < 2R$, 到 τ_f 处 $d_{dis} \geq 2R$, 即 $[\tau_s, \tau_f]$ 区间是发生碰撞的区域。发生碰撞可能的必定为某一时间段, 而不会是一个时间点。在这个时间段起点 τ_s 前的某一时刻 τ_p , 如果 $v(i, \tau_s) < v(i, \tau_p)$, 则第 i 架飞机开始以加速度 a_i 减速。经过时间 τ_m 之后开始以加速度 a_i' 加速, 经过时间 τ_m' 后到达原来规划的 (x_i, y_i, τ_i) , 然后按避碰调整前的速度和路径点运动即可。其中, 选择速度较小的飞机做速度调整, 是因为飞机的速度受到最大速度的限制, 速度较小的飞机减速之后可以加速到更高的速度来弥补因减速而耽误的时间, 这样才能保证所有飞机同时到达。飞机每一时刻的速度必须受到最大最小速度以及切向加速度的限制, 即需要满足公式(2), (3), (4)。

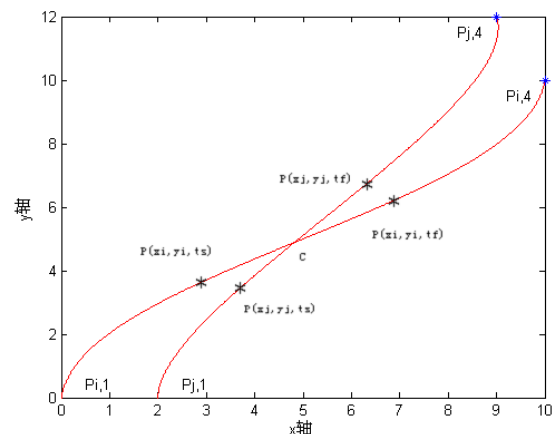


Fig.2 Bezier曲线交叉示意图

4.5 速度、加速度约束 (Velocity、Acceleration Constraints)

受限于无人机的物理性能和结构的限制, 无人机在任意时刻的运动状态都受速度、加速度等约束。虽然在上面的Bezier曲线中间点选择中考虑了曲线曲率问题, 但是那仅仅一个预见性的约束, 对于各点具体的法向加速度要根据该点的速度进行计算。

设某点处瞬时速度为 $v_{i,t}$ ，该点处的瞬时法向加速度为 $a_{i,t}$ ，由物理学知识可知两者满足如下的关系式：

$$\begin{aligned} a_{i,t} &= V_{i,t}^2 \times \kappa \\ V_{i,t} &= \sqrt{a_{i,t} / \kappa} \end{aligned} \quad (22)$$

其中： κ 是该点处的曲率。根据微分几何的知识可知，一个连续可导的曲线是由参数方程 $\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \end{cases}$ 给出的，在某点处的曲率可以根据如下公式求取，

$$\kappa = \frac{|\dot{x}\ddot{y} - \ddot{x}\dot{y}|}{(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)^{3/2}} \quad (23)$$

这里， \dot{x} ， \dot{y} 分别表示 x ， y 对 t 的一阶导数， \ddot{x} ， \ddot{y} 分别表示对 t 的二阶导数，根据公式11可得：

$$\dot{x} = dx(t)/dt = 3a_x t^2 + 2b_x t + c_x \quad (24)$$

$$\dot{y} = dy(t)/dt = 3a_y t^2 + 2b_y t + c_y$$

$$\ddot{x} = d^2x(t)/dt^2 = 6a_x t + 2b_x \quad (25)$$

$$\ddot{y} = d^2y(t)/dt^2 = 6a_y t + 2b_y$$

对于速度和加速度约束，订立如下原则：

- 1) 当法向加速度小于最大法向加速度时，即 $a_{i,t} \leq A_{\max}$ 时，速度 $V_{i,t} = V_i$ ，其中 V_i 由公式 (15) 计算得出；
- 2) 当速度 $V_{i,t} = V_i$ 时，加速度大于最大加速度，即 $a_{i,t} > A_{\max}$ ，则此时取法向加速度为最大法向加速度，速度计算公式

$$V_{i,t} = \sqrt{A_{\max} / \kappa} \quad (26)$$

4.6 路径曲线上各点对应时间的确定(Determine The Time For Each Point On The Path)

根据Bezier曲线的定义可知，其参数 t 取值范围是 $[0,1]$ ，独立于坐标系和时间的。所以必须建立Bezier路径曲线与时间的关系。可以采用对路径曲线离散化的方法来实现。在路径曲线上按参数 t 均匀的取 N 个点，求出这 N 个点的坐标位置，该点处的速度和对应于时间轴上的时间。设起点处对应时间轴的零点，点 $P_{i,k}$ 处的速度为 $V_{i,k}$ ，对应的时间为 $T_{i,k}$ 。点 $P_{i,k+1}$ 处的速度为 $V_{i,k+1}$ ，对应的时间为 $T_{i,k+1}$ 。如图3所示。

可以近似的认为 $P_{i,k}$ 到 $P_{i,k+1}$ 的弧长等于这两点间的直线距离。易知， $P_{i,k}$ 与 $P_{i,k+1}$ 间距离为

$$\Delta d = \sqrt{(x_{i,k} - x_{i,k+1})^2 + (y_{i,k} - y_{i,k+1})^2} \quad (27)$$

此微小段可以认为飞机是匀速运动的，速度为

$$v_{i,k,k+1} = (v_{i,k} + v_{i,k+1}) / 2 \quad (28)$$

则此段耗费的时间为 $\Delta T_k = \Delta d / v_{i,k,k+1}$ (29)

于是有 $T_{i,k+1} = T_{i,k} + \Delta T_k$ (30)

经过处理后，离散化后的路径曲线上各点的位置坐标、速度、加速度等信息都与时间对应了，即获得了各时刻各无人机的状态信息。这种近似处理会产生一定误差。但由于无人机在空中的路径很长，转弯半径很大，每段弧长对应的圆心角 θ 很小，故这种近似处理是比较准确的。

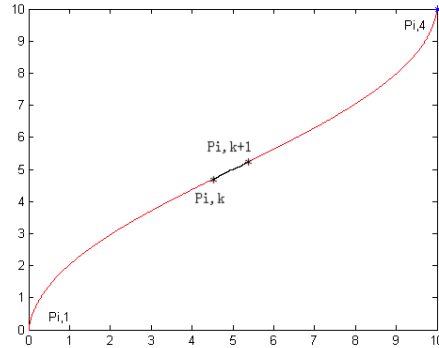


Fig.3 求取两点间距离

4.7 算法总体流程(The Process Of The Algorithm)

```

初始化参数;

选择各无人机对应的目标点

for (i=1; i<=N; i++)
{
    运用粒子群算法找出最优Bezier曲线;
}
for (i=1; i<=N; i++)
{
    根据公式20计算无人机速度;

    离散化路径曲线;

    求出离散化后各点对应的坐标、速度、时间等信息;

    根据速度、加速度处理原则，重新 确定各点处速度;

    重新确定各点处对应的时刻、位置等 信息;
}
flag=1;
while (flag)
{
    if(无人机间有发生碰撞可能)
    {
        对发生碰撞的无人机进行速度调节;
        flag=1;
    }

    else flag=0;
}
给出各无人机路径上各时刻的位置、速度等信息;
    
```


5 仿真结果(Simulation Results)

针对本文提出的多无人机平台路径规划算法,做仿真实验如下。设有四架无人机从四个不同的起点出发飞往四个不同的目标点。

表1 无人机信息 单位: m

UAV	起点坐标	起点方向
1	(0,0)	(0,1)
2	(1000,0)	(0,1)
3	(2000,0)	(0,1)
4	(3000,0)	(0,1)

表2 无人机约束条件 单位: m/s

最大速度	最小速度	初始速度	最大法向加速度	飞机间最小间距
340	200	250	2g	500

表3 目标点信息 单位: m

目标	目标位置	目标点处方向
1	(1500,50000)	(1,0)
2	(1500,51000)	(1,0)
3	(1500,52000)	(1,0)
4	(1500,53000)	(1,0)

用MATLAB编程,得到仿真结果如下

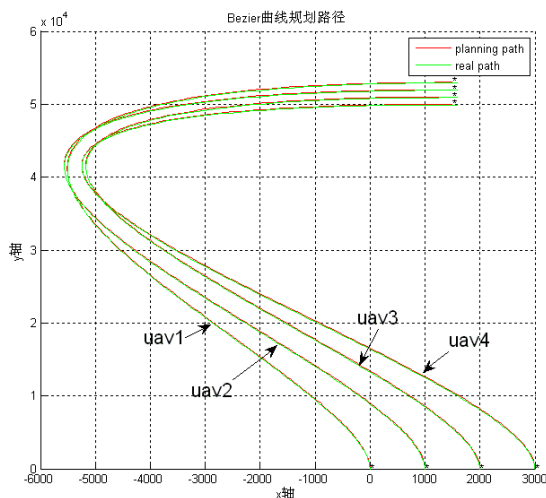


Fig. 4 Bezier 路径曲线

Fig.4为规划的Bezier曲线路径图,其中红色为规划路径曲线,绿色为路径跟踪曲线,很显然,跟踪的精度很高,误差较小。

从图中可以看出,跟踪路径逼近规划路径时候会产生误差,误差主要来源于4.6节用两点间直线距离代替圆弧距离产生的,本实验中对路径分为200份进行逼近的,如果增大路径逼近时划分的段数可以减小逼近误差。

另外,仿真结果显示,各无人机都以188.4s的时

间飞行到各自目标点。仿真得到的速度图、法向加速度图、切向加速度图等也都很好的满足了提出的要求。

6 总结(Conclusions)

本文提出了一种基于Bezier曲线的多平台无人机路径规划,给出多架无人机的起点和目标点,以及起点方向和终点方向,可以较好的规划出路径曲线,并且可以实现无人机间避碰。算法主要分为三步:一是选择无人机对应目标点;二是Bezier路径曲线的规划;三是根据速度约束、加速度约束和避碰约束把路径曲线规划成安全可行的路径,获得最终路径各点上无人机状态信息。仿真结果显示,在综合考虑了速度约束和加速度约束以及碰撞约束的情况下,我们的算法能较好的解决多无人机路径规划问题。而且这种路径规划不受限与具体的坐标系,只需要相对坐标系即可,能很好的适应无人机在未知环境中的路径规划问题。

参考文献(References)

- [1] 吴小平, 冯正平, 朱继懋. 多 AUV 队形控制的新方法[J]. 舰船科学技术, 2008,30(2):128-134.
- [2] 王振华, 章卫国, 李广文. 基于改进多目标蚁群算法的无人机路径规划[J]. 计算机应用研究, 2009, 26(6): 2104-2109.
- [3] 贾秋玲, 李广文, 闫建国. 基于遗传算法的多无人机协同逆推式路径规划[J]. 西北工业大学学报, 2007, 25(4): 590-594.
- [4] Madhavan Shanmugave, Antonios Tsourdos, Brian White, Rafa Zbikowski. Co-operative path planning of multiple UAVs using Dubins paths with clothoid arcs. Control Engineering Practice [N/J]. (2009), doi: 10.1016/j.conengprac. 2009.02. 010.
- [5] K.G. Jolly, R. Sreerama Kumar, R. Vijayakumar. A Bezier curve based path planning in a multi-agent robot soccer system without violating the acceleration limits[J]. Robotics and Autonomous Systems, 57(2009)23-33.
- [6] 刘春阳, 金学奇,程文刚. 基于 Bezier 曲线模型的移动机器人路径规划算法[J]. 华北电力大学学报, 2006, 33(4): 43-46.