

# 融合 MRI 信息的 PET 图像去噪: 基于图小波的方法

易利群<sup>1</sup> 盛玉霞<sup>1</sup> 柴利<sup>2,3</sup>

**摘要** 正电子发射断层成像 (Positron emission tomography, PET) 是一种强大的核医学功能成像模式, 广泛应用于临床诊断, 但 PET 图像的空间分辨率低且含有噪声, 有必要对 PET 图像进行去噪以提升 PET 图像的质量. 随着 PET/MR (Magnetic resonance) 等一体化成像设备的出现, 磁共振成像 (Magnetic resonance imaging, MRI) 的先验信息可用于 PET 图像去噪, 提高 PET 图像质量. 针对动态 PET 图像, 提出了一种融合 MRI 先验信息的 PET 图像图小波去噪新方法. 首先构建 PET 合成图像; 再将 PET 合成图像与 MRI 信息通过硬阈值方法进行融合; 接着在融合图像上构造图拉普拉斯矩阵; 最后通过图小波变换 (Graph wavelet transform, GWT) 对动态 PET 图像去噪. 仿真实验结果表明, 与单独的图滤波、图小波去噪方法以及其他结合 MRI 的 PET 图像去噪方法相比, 本文方法有更高的信噪比 (Signal-to-noise ratio, SNR), 更好地保留了病灶信息; 本文方法的去噪性能与 VGG (Visual Geometry Group) 深度神经网络等基于学习的方法相当, 但不需要大量数据的训练, 计算复杂度低.

**关键词** 正电子发射断层成像, 磁共振成像, 图小波, 去噪

**引用格式** 易利群, 盛玉霞, 柴利. 融合 MRI 信息的 PET 图像去噪: 基于图小波的方法. 自动化学报, 2023, 49(12): 2605–2614

**DOI** 10.16383/j.aas.c201036

## PET Images Denoising With MRI Information: A Graph Wavelet Based Method

YI Li-Qun<sup>1</sup> SHENG Yu-Xia<sup>1</sup> CHAI Li<sup>2,3</sup>

**Abstract** Positron emission tomography (PET) is a powerful nuclear medicine functional imaging modality, which is widely used in clinical diagnosis. However, the PET images have low spatial resolution and contain noise. It is necessary to improve the quality of PET images by denoising. As hybrid imaging devices such as PET/MR (magnetic resonance) have become available, magnetic resonance imaging (MRI) prior information could be used to improve the denoising quality of PET images. For dynamic PET images, this paper presents a novel denoising method based on graph wavelet transform (GWT) with MRI information. Firstly, the composite image is generated by the dynamic PET frames. Then, we fuse the MRI image and the composite image through the hard threshold method to obtain a new fusion image. Next, the graph Laplacian matrix is constructed based on the fusion image. Finally, we perform GWT on the dynamic PET images to denoise. The simulation experiments show that, compared with graph filtering and GWT, and other MRI incorporated methods, the proposed approach has higher SNR (signal-to-noise ratio) while preserving the image lesions details. Compared with VGG (Visual Geometry Group) deep neural network based method, the proposed method has the similar denoising performance, but it does not need a lot of data training and has low computational complexity.

**Key words** Positron emission tomography (PET), magnetic resonance imaging (MRI), graph wavelet, denoising

**Citation** Yi Li-Qun, Sheng Yu-Xia, Chai Li. PET images denoising with MRI information: A graph wavelet based method. *Acta Automatica Sinica*, 2023, 49(12): 2605–2614

正电子发射断层成像 (Positron emission to-

收稿日期 2020-12-15 录用日期 2021-04-29

Manuscript received December 15, 2020; accepted April 29, 2021

国家自然科学基金 (62173259, 61625305) 资助  
Supported by National Natural Science Foundation of China (62173259, 61625305)

本文责任编辑 何晖光

Recommended by Associate Editor HE Hui-Guang

1. 武汉科技大学信息科学与工程学院 武汉 430081 2. 浙江大学工业控制技术全国重点实验室 杭州 310027 3. 浙江大学控制科学与工程 杭州 310027

1. School of Information Science and Engineering, Wuhan University of Science and Technology, Wuhan 430081 2. State Key Laboratory of Industrial Control Technology, Zhejiang University, Hangzhou 310027 3. College of Control Science and Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027

mography, PET) 是一种强大的功能性成像模式, 其通过注入特定的放射性示踪剂来观察组织内部的分子水平活动. PET 图像可以显示分子水平的示踪剂分布, 从而可以对生理和药理过程进行定量测量. 但是, 由于各种物理退化因素和检测到的光子数量有限, PET 图像空间分辨率低、噪声程度高, 影响了疾病检测和诊断的准确性, 因此有必要提高 PET 图像质量.

对 PET 图像后处理可提升图像质量, 图像去噪和去模糊是常见的 PET 图像后处理方法. PET 图像的噪声复杂, 没有精确的模型, 通常认为具有

泊松和高斯混合噪声的特性<sup>[1]</sup>, 直接应用传统的去噪方法不能得到好的去噪效果. 高斯滤波是一种简单的去噪算法, 常用于 PET 图像去噪, 但其在去噪过程中会平滑重要的图像结构信息. 许多学者提出了针对 PET 图像的去噪方法, 包括双边滤波<sup>[2]</sup>、各向异性传播和非局部均值 (Non-local means, NLM) 滤波<sup>[1, 3-4]</sup>、引导滤波<sup>[5]</sup>等. 文献 [1] 提出了一种改进的基于 NLM 的动态 PET 图像去噪方法; 文献 [4] 提出了一种新的结合多尺度小波变换和 NLM 的滤波方法; 文献 [5] 研究了一种基于磁共振成像 (Magnetic resonance imaging, MRI) 引导的脑部 PET 图像滤波方法; 对 PET 图像去模糊问题, Song 等<sup>[6]</sup> 提出了结合 MR (Magnetic resonance) 图像联合熵先验的 PET 图像超分辨率重建方法, 相对于传统的全变分和二次罚函数等方法具有更好的去模糊效果; 文献 [7] 提出了一种基于生成对抗网络的自监督 PET 超分辨率重建方法; 稀疏表示字典学习也常用于提升 PET 图像质量<sup>[8-9]</sup>. Li 等<sup>[8]</sup> 通过稀疏表示对低分辨率 PET 图像进行复原; Wang 等<sup>[9]</sup> 应用半监督字典学习由低剂量 PET 图像来预测标准剂量图像; 文献 [10] 通过多层典型相关分析 (Canonical correlation analysis, CCA) 方法来估计标准剂量 PET 图像; 全变分方法应用于直接重建模型中, 以改善 PET 图像重建质量<sup>[11-12]</sup>. Zhang 等<sup>[11]</sup> 提出了一种共边缘加权全变分正则化的 PET-MRI 联合重建方法, 该方法可以同时提高两类图像的重建质量; 文献 [12] 提出了一种基于时空全变分正则化的动态 PET 图像重建方法, 重建效果优于传统的最大似然期望最大化 (Maximum likelihood expectation maximization, MLEM) 方法. 以上方法都有效地提高了 PET 图像空间分辨率.

随着 PET/MR 一体化成像设备的应用, 高分辨率的 MRI 先验信息可用来进一步提高 PET 图像去噪效果. Yan 等<sup>[5]</sup> 研究了基于 MRI 的引导滤波方法, 该方法给出结构 MR 图像和功能性 PET 图像之间的局部线性模型, 并将部分体积效应 (Partial volume correction, PVC) 融入到模型中, 同时对 PET 图像去噪和部分体积校正. Cheng 等<sup>[13]</sup> 提出了一种将 MRI 与迭代高级约束的局部反投影方法 (Iterative highly constrained back-projection local region, IHYPR-LR) 相结合的去噪方法, 该方法将 MR 图像作为 IHYPR-LR 方法进行迭代的初始值, 在去噪的同时增强了图像的结构和边缘. 文献 [14] 针对脑部成像问题提出了两种不同的 PET-MR 核方法来修复 PET 图像. 文献 [15] 综述了机器学习在 PET 图像处理中的应用.

近年来, 深度学习广泛应用于医学图像处理

中<sup>[16-18]</sup>, 也为 PET 图像处理提供了新的研究方向<sup>[19]</sup>. 文献 [16-17] 详细综述了深度学习在医学影像中的最新进展; 文献 [19] 综述了基于深度学习的 PET 图像重建方法; 文献 [20] 提出了基于预训练 VGG (Visual Geometry Group) 深度网络的 PET 图像去噪方法, 使用人工生成的数据训练网络, 在实际的 PET 图像上效果一般; 文献 [21] 通过深度学习研究方法研究不同级别的低剂量 PET 图像的先验信息, 用来估计高质量的 PET 图像. 最近, 学者们将生成对抗网络应用于 PET 图像处理<sup>[7, 22-23]</sup>. Song 等<sup>[7]</sup> 提出了基于双重生成对抗网络的自监督 PET 超分辨率重建算法, 无需配对训练数据, 具有更广泛的适用性. Gong 等<sup>[22]</sup> 使用混合 2D 和 3D 网络学习图像先验, 复原低剂量 PET 图像. 文献 [23] 提出了用于 PET 图像去噪的参数传递 Wasserstein 生成对抗网络, 在保持图像保真度的同时可以有效地抑制噪声. Wang 等<sup>[24]</sup> 提出了一种新颖的基于 3D 自动上下文的局部自适应多模态融合生成对抗网络模型, 用来由低剂量的 PET 图像和 MR 图像合成高质量的 PET 图像, 该方法优于深度网络中传统的多模态融合方法和 PET 估计方法. 但医学图像存在样本少且标注困难等问题, 深度学习方法在医学图像上泛化性能差、网络结构缺乏通用性、网络训练成本大、计算复杂度高. 非深度学习方法在样本少的情况下有其特有的优势, 值得进一步研究.

图信号处理 (Graph signal processing, GSP) 是近年兴起的高维非规则化数据分析处理新方法, 其借助代数图论和谱图理论来处理高维加权图上的信号<sup>[25-27]</sup>. 在图像处理领域, 可以通过建立非局部图像像素间的图连接关系将图像转化为图信号, 图包含的结构信息可以很好地保留图像边缘特性. 图信号处理在图像滤波、压缩和复原等应用中取得了较好的效果<sup>[28]</sup>. 文献 [29] 设计了一种低通图滤波器, 在图傅里叶域对 PET 图像滤波, 去噪效果相比于高斯滤波和 NLM 都有所提高, 但该方法不能清晰地保留病灶点. Hammond 等<sup>[30-31]</sup> 提出了图小波变换 (Graph wavelet transform, GWT) 方法, 并给出了 GWT 的切比雪夫多项式逼近快速实现算法, 文献 [31] 详细介绍了图小波变换的基础理论和快速实现方法. 相对于图傅里叶变换 (Graph Fourier transform, GFT), 图小波引入多尺度分析, 在一些去噪应用中获得了好的效果<sup>[30-32]</sup>. 目前还没有应用图小波来对 PET 图像进行去噪的研究.

如上所述, PET 图像空间分辨率低、噪声大, 已有的 PET 去噪方法不能在去噪的同时很好地保留病灶信息. 如何既保留 PET 图像的病灶点, 又能有效滤除噪声是 PET 图像去噪的难点问题. 针对此问题, 本文提出了一种新的基于图小波的 PET

图像去噪方法. 图滤波的去噪性能依赖于图加权邻接矩阵的构造, 直接用低分辨率 PET 图像构造邻接矩阵噪声较大, 会影响去噪效果. 本文给出了结合 MRI 结构信息和 PET 图像的邻接矩阵构造方法, 既能反映 MR 图像的结构信息, 又能突出 PET 图像的病灶特点, 提高图滤波性能. 该方法首先将多帧正弦图相加后重建, 得到 PET 合成图像, 然后将 PET 合成图像和 MR 图像融合, 由融合图像构造邻接矩阵, 再对动态 PET 图像进行图小波变换去噪. 仿真数据实验表明, 本文方法与单独的图滤波、图小波变换, 以及其他基于模型的 PET 图像去噪方法相比具有更好的去噪性能, 与 VGG 深度神经网络等基于学习的方法去噪效果相当, 但不需要大量的训练数据和参数调整.

本文的主要创新性包括: 1) 提出了新的基于图小波的 PET 图像去噪方法; 2) 给出了一种融合 MRI 结构信息和 PET 图像的构图方法; 3) 本文方法能更好地去噪和保持病灶信息, 优于图滤波方法和结合 MRI 的传统 PET 图像去噪方法; 4) 与深度学习方法相比, 本文方法不受标注样本限制, 无需训练和迭代, 计算复杂度低.

## 1 理论基础

### 1.1 图谱理论

在图信号处理中, 信号  $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_N]^T$  通常被转换为一个在无向加权图  $G = \{V, \varepsilon, \mathbf{A}\}$  上的信号; 其中  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_N\}$  是图上顶点的集合,  $\varepsilon \subseteq V \times V^T$  是一组边,  $\mathbf{A} \in \mathbf{R}^{N \times N}$  为加权邻接矩阵. 如果有一条连接了顶点  $i$  和顶点  $j$  的边  $\varepsilon = (i, j)$ , 则  $\mathbf{A}_{i,j} > 0$  表示这条边的权重; 否则  $\mathbf{A}_{i,j} = 0$ . 得到邻接矩阵  $\mathbf{A}$  后, 可以定义图拉普拉斯矩阵  $\mathbf{L}$

$$\mathbf{L} = \mathbf{D} - \mathbf{A} \quad (1)$$

其中,  $\mathbf{D}$  是对角度矩阵,  $\mathbf{D}$  的对角元素  $d_{ii}$  是矩阵  $\mathbf{A}$  第  $i$  行元素之和.

图傅里叶变换将传统的傅里叶变换推广到图谱域, 给出了图信号顶点域与图谱域之间的傅里叶变换关系. 将图拉普拉斯矩阵分解成特征值和特征向量, 令  $\lambda_\ell$  和  $\boldsymbol{\chi}_\ell = [\chi_\ell(0), \chi_\ell(1), \dots, \chi_\ell(N-1)]^T$ ,  $\ell = 0, 1, \dots, N-1$  分别为图拉普拉斯矩阵  $\mathbf{L}$  对应的特征值和特征向量. 特征值表示频率, 特征向量形成图傅里叶变换基, 任何图信号都可以通过图拉普拉斯矩阵的特征向量表示. 令  $\mathbf{f} = [f(1), f(2), \dots, f(N)]^T$  为一个图信号, 则它的第  $i$  个元素  $f(i)$  是图  $G$  的第  $i$  个顶点上的信号, 信号  $\mathbf{f}$  的图傅里叶变换定义为<sup>[25]</sup>

$$\hat{\mathbf{f}}(\lambda_\ell) = \langle \mathbf{f}, \boldsymbol{\chi}_\ell \rangle = \sum_{i=1}^N f(i) \boldsymbol{\chi}_\ell^*(i) \quad (2)$$

其中,  $\mathbf{f}$  代表顶点域信号, 其对应的图傅里叶逆变换为

$$f(i) = \sum_{\ell=0}^{N-1} \hat{\mathbf{f}}(\lambda_\ell) \boldsymbol{\chi}_\ell(i) \quad (3)$$

### 1.2 图小波变换

图小波是定义在加权图顶点域数据上的小波变换. 图小波变换需要定义一个图小波核函数, 通过在图谱域的伸缩操作构造不同的图谱域小波簇, 并在图谱域调制信号. 在文献 [30] 中, 作者定义图小波函数算子为  $T_g = g(\mathbf{L})$ , 信号  $\mathbf{f}$  的图小波变换在图谱域的表达式为

$$\widehat{T_g \mathbf{f}}(\ell) = g(\lambda_\ell) \hat{\mathbf{f}}(\ell) \quad (4)$$

其中,  $g$  是图小波核函数, 满足  $g(0) = 0$  和  $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = 0$  的条件, 它是图谱域的带通滤波器, 类似于传统小波变换母函数的傅里叶变换, 根据图傅里叶逆变换 (3) 得到图小波逆变换

$$(T_g \mathbf{f})(n) = \sum_{\ell=0}^{N-1} g(\lambda_\ell) \hat{\mathbf{f}}(\ell) \boldsymbol{\chi}_\ell(n) \quad (5)$$

给定信号  $\mathbf{f}$ , 其图小波系数和尺度系数定义如下<sup>[30]</sup>:

$$W_f(s, n) = (T_g^s \mathbf{f})(n) = \sum_{\ell=0}^{N-1} g(s\lambda_\ell) \hat{\mathbf{f}}(\ell) \boldsymbol{\chi}_\ell(n) \quad (6)$$

$$S_f(n) = (T_h \mathbf{f})(n) = \sum_{\ell=0}^{N-1} h(\lambda_\ell) \hat{\mathbf{f}}(\ell) \boldsymbol{\chi}_\ell(n) \quad (7)$$

其中,  $T_g^s = g(s\mathbf{L})$  是尺度为  $s$  的图小波函数算子,  $T_h = h(\mathbf{L})$  表示图谱尺度函数算子.  $g$  是连续函数, 将  $s$  采样为离散值  $s_j$ , 直接由式 (6) 计算图小波系数, 需要对图拉普拉斯矩阵进行正交三角分解来计算所有的特征值和特征向量, 计算复杂度为  $O(N^3)$ . 在数据量多的情况下, 图拉普拉斯矩阵过大, 其分解困难, 不能实用. 文献 [30] 通过切比雪夫多项式近似表示图小波核函数, 避免直接对图拉普拉斯矩阵分解, 给出了图小波系数的快速计算方法, 具体为

$$g(s_j x) = \frac{1}{2} c_{n,0} + \sum_{k=1}^{\infty} c_{n,k} \bar{T}_k(x) \quad (8)$$

$$c_{j,k} = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi \cos(k\theta) g(s_j (a(\cos(\theta) + 1))) d\theta \quad (9)$$

其中,  $\bar{T}_k$  表示切比雪夫多项式. 对于任意尺度值  $s_j$ , 取式 (8) 的前  $M$  项可以得到图小波函数的近似多项式. 类似地, 可以得到图谱尺度函数的近似多项式, 快速图小波变换的高频图小波近似系数和低频图谱尺度近似系数为<sup>[30]</sup>

$$\tilde{W}_f(s_j, n) = \frac{1}{2}c_{j,0}f + \sum_{k=1}^M c_{j,k}\bar{T}_k(\mathbf{L})f \quad (10)$$

$$\tilde{S}_f(n) = \frac{1}{2}c_{0,0}f + \sum_{k=1}^M c_{0,k}\bar{T}_k(\mathbf{L})f \quad (11)$$

$$\bar{T}_k(\mathbf{L})f = \frac{2}{a}(\mathbf{L}-1)(\bar{T}_{k-1}(\mathbf{L})f) - \bar{T}_{k-2}(\mathbf{L})f \quad (12)$$

其中,  $\bar{T}_0 = f$ ,  $\bar{T}_1 = (\mathbf{L} \times \mathbf{f} - a \times \mathbf{f})/a$ ,  $a = \lambda_{\max}/2$ ,  $\lambda_{\max}$  表示拉普拉斯矩阵  $\mathbf{L}$  的最大特征值,  $s_j$  表示第  $j$  个尺度的离散尺度值,  $M$  表示切比雪夫多项式阶数.

### 1.3 图小波变换逆变换

图小波变换通过切比雪夫多项式逼近得到图小波近似系数, 其可以看作是将一个大小为  $N$  的输入信号  $\mathbf{f}$  映射为大小为  $N(J+1)$  的系数  $\mathbf{c}$ , 即  $\mathbf{c} = \mathbf{W}\mathbf{f}$ , 其中  $\mathbf{f} \in \mathbf{R}^{N \times 1}$  为原始信号,  $J$  为小波尺度数目.  $\mathbf{W}$  为矩阵算子, 且  $\mathbf{W}$  存在很多左逆  $\mathbf{M}$ , 使得  $\mathbf{M}\mathbf{W}\mathbf{f} = \mathbf{f}$ . 已知系数  $\mathbf{c}$ , 通过求解方程  $(\mathbf{W}^*\mathbf{W})\mathbf{f} = \mathbf{W}^*\mathbf{c}$  可得到  $\mathbf{W}$  的伪逆  $(\mathbf{W}^*\mathbf{W})^{-1}\mathbf{W}^*$ <sup>[30]</sup>, 并将求解出的伪逆作为 GWT 的逆<sup>[31]</sup>. 为了加快计算速度, 采用共轭梯度算法, 并应用切比雪夫多项式逼近方法得到重建信号. 关于图小波更详细的介绍, 可参考文献 [30–31].

## 2 方法

### 2.1 融合 MRI 信息的动态 PET 图像去噪方法

将多个 PET 正弦图短时间帧相加后重建得到合成图像, 可以改善计数统计信息并减少噪声<sup>[33]</sup>. 合成帧图像尽管丢失了时间信息, 但不同时间帧的空间信息可以很好地保留在合成帧中, 用于提高短时间帧的重建质量. 在本文中, 对于有病灶点的 PET 图像, 将多帧正弦图相加得到合成的正弦图, 再通过最大似然期望最大化 (Maximum likelihood expectation maximization, MLEM) 方法<sup>[34]</sup> 重建得到 PET 合成图像  $I_c$ , 以保留病灶点信息. 为了保留图像更多的结构信息, 本文提出了一种新的结合 MRI 信息的融合图像构造方法, 在此基础上对

PET 图像进行图小波变换, 用来去除 PET 图像中的噪声. 通过硬阈值方法将 MR 图像与 PET 合成图像进行融合, 融合方法为

$$I_F(m, n) = \begin{cases} I_c(m, n), & I_c(m, n) \geq \text{Threshold} \\ I_{\text{MRI}}(m, n), & \text{其他} \end{cases} \quad (13)$$

其中,  $I_c(m, n)$ ,  $I_{\text{MRI}}(m, n)$ ,  $I_F(m, n)$  分别表示 PET 合成图像、MR 图像和融合图像在点  $(m, n)$  处的像素值,  $\text{Threshold}$  为阈值参数. 对合成图像中大于阈值的点, 融合图像取 PET 合成图像的像素值, 这部分保留了 PET 图像中的病灶信息; 对小于阈值的点, 融合图像取 MR 图像的像素值, 以保留结构信息. PET 图像病灶点的像素值相对于对应位置的 MR 图像像素值偏大, 通过设置适当的阈值, 可以保留病灶信息. 新的融合图像既保留了 PET 图像的病灶信息, 也包含有 MR 图像的部分结构信息.

在融合图像上构造邻接矩阵  $\mathbf{A}$ , 将融合图像中每个像素点当作是图  $G$  上的一个顶点, 顶点  $i$  和顶点  $j$  之间的边缘权重由式 (14) 的阈值高斯核权重函数定义, 即

$$\mathbf{A}_{i,j} = \begin{cases} \exp\left[\frac{-\left(\|\tilde{x}_i - \tilde{x}_j\| + \eta\|p_i - p_j\|\right)^2}{\theta^2}\right], & x_j \in kNN(x_i) \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (14)$$

其中,  $\tilde{x}_i$  和  $\tilde{x}_j$  分别表示以像素点  $i$  和  $j$  为中心的图像块的向量形式, 图像块大小为  $n \times n$ ,  $p_i$  和  $p_j$  分别代表融合图像  $I_F$  的空间位置. 非负参数  $\eta$  控制图像块相似度的影响, 参数  $\theta$  控制整体相似度的缩放指标,  $kNN(x_i)$  代表距离参数为  $k$  的关于图像块  $x_i$  的最近  $K$  邻居. 通过式 (1) 得到拉普拉斯矩阵  $\mathbf{L}$ , 再对  $\mathbf{L}$  进行特征值分解得到最大特征值  $\lambda_{\max}$ , 最后通过式 (10) 和式 (11) 对 PET 图像  $I_{\text{in}}$  进行图小波变换

$$\tilde{\mathbf{W}}_{1,j} = \frac{1}{2}c_{j,0}\mathbf{f}_{\text{in}} + \sum_{k=1}^M c_{j,k}\bar{T}_k(\mathbf{L})\mathbf{f}_{\text{in}} \quad (15)$$

$$\tilde{\mathbf{S}}_{1,0} = \frac{1}{2}c_{0,0}\mathbf{f}_{\text{in}} + \sum_{k=1}^M c_{0,k}\bar{T}_k(\mathbf{L})\mathbf{f}_{\text{in}} \quad (16)$$

其中,  $\mathbf{f}_{\text{in}}$  表示 PET 图像  $I_{\text{in}}$  的向量形式, 切比雪夫多项式阶数  $M=51$ ,  $j$  表示图小波第  $j$  个尺度,  $j=1, 2, \dots, J$ . 对 PET 图像  $I_{\text{in}}$  进行第 1 次图小波多尺度分解后, 得到表示低频的图谱尺度系数  $\tilde{\mathbf{S}}_{1,0}$

和表示高频的图小波系数  $\tilde{\mathbf{W}}_{1,j}$ , 通过保留图小波域的低频段尺度系数  $\tilde{\mathbf{S}}_{1,0}$ , 并丢弃高频段的图小波系数  $\tilde{\mathbf{W}}_{1,j}$  来达到去噪的效果. 同时, 为了尽可能保留在高频段部分丢弃的图像细节, 保留图小波系数的第 1 个尺度系数  $\tilde{\mathbf{W}}_{1,1}$ , 进行第 2 次图小波多尺度分解

$$\tilde{\mathbf{W}}_{2,j} = \frac{1}{2}c_{j,0}\tilde{\mathbf{W}}_{1,1} + \sum_{k=1}^M c_{j,k}\bar{T}_k(\mathbf{L})\tilde{\mathbf{W}}_{1,1} \quad (17)$$

$$\tilde{\mathbf{S}}_{2,0} = \frac{1}{2}c_{0,0}\tilde{\mathbf{W}}_{1,1} + \sum_{k=1}^M c_{0,k}\bar{T}_k(\mathbf{L})\tilde{\mathbf{W}}_{1,1} \quad (18)$$

通过两次图小波多尺度分解得到两组图小波变换系数, 保留两次分解得到的低频图谱尺度系数  $\tilde{\mathbf{S}}_{1,0}$  和  $\tilde{\mathbf{S}}_{2,0}$ . 将系数组合  $\tilde{\mathbf{c}} = [\tilde{\mathbf{S}}_{1,0}, \tilde{\mathbf{S}}_{2,0}, \mathbf{0}]$  进行图小波逆变换, 通过共轭梯度法求解式 (19), 得到去噪后的 PET 图像<sup>[30]</sup>

$$(\mathbf{W}^*\mathbf{W})\mathbf{f} = \mathbf{W}^*\tilde{\mathbf{c}} \quad (19)$$

本文方法的整个实现过程如下:

**输入.** 动态 PET 图像  $I_{\text{in}}^t (t = 1, 2, \dots, T)$ , MR 图像  $I_{\text{MRI}}$ , 图像大小为  $Q \times Q (N = Q^2)$ , 图像块的大小  $n$ , 最近邻居数目  $k$ , 平滑参数  $\theta$ , 图像块相似度影响参数  $\eta$ , 小波尺度数目  $J$ , 尺度核函数  $h$ , 小波核函数  $g$ , 小波尺度参数  $\mathbf{s} (\mathbf{s} \in \mathbf{R}^{1 \times J})$  和阈值参数 *Threshold*.

**步骤 1.** 构建 PET 合成图像  $I_c$ ;

**步骤 2.** 通过式 (13) 对 MR 图像  $I_{\text{MRI}}$  和合成图像  $I_c$  进行融合, 得到融合图像  $I_F$ ;

**步骤 3.** 使用式 (14) 构造邻接矩阵  $\mathbf{A}$ , 并通过式 (1) 得到拉普拉斯矩阵  $\mathbf{L}$ ;

**步骤 4.** 对  $\mathbf{L}$  进行特征值分解, 得到特征值  $\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_{N-1}$  和与之相对应的特征向量  $\chi_0, \chi_1, \dots, \chi_{N-1}$ ;

**步骤 5.** 对图像  $I_{\text{in}}^t$  进行快速图小波变换, 第 1 次分解得到图小波系数  $\tilde{\mathbf{W}}_{1,J}$  和图谱尺度系数  $\tilde{\mathbf{S}}_{1,0}$ ;

**步骤 6.** 对第 1 尺度图小波系数  $\tilde{\mathbf{W}}_{1,1}$  进行快速图小波变换, 得到第 2 次分解的图小波系数  $\tilde{\mathbf{W}}_{2,J}$  和图谱尺度系数  $\tilde{\mathbf{S}}_{2,0}$ ;

**步骤 7.** 将步骤 5 和步骤 6 得到的尺度系数  $\tilde{\mathbf{S}}_{1,0}$  和  $\tilde{\mathbf{S}}_{2,0}$  进行组合, 得到  $\tilde{\mathbf{c}} = [\tilde{\mathbf{S}}_{1,0}, \tilde{\mathbf{S}}_{2,0}, \mathbf{0}]$ ;

**步骤 8.** 通过共轭梯度法求解式 (19), 得到去噪后的 PET 图像;

**输出.** 去噪后的动态 PET 图像  $I_{\text{out}}^t$ .

## 2.2 参数选择

本文方法有 9 个关键参数: 图像块的大小  $n$ , 最

近邻居数目  $k$ , 平滑参数  $\theta$ , 图像块相似度影响参数  $\eta$ , 小波尺度数目  $J$ , 尺度核函数  $h$ , 小波核函数  $g$ , 小波尺度参数  $\mathbf{s}$  和阈值参数 *Threshold*. 经过反复实验, 选取相对较优的参数设置, 其中尺度核函数  $h$ , 小波核函数  $g$  和小波尺度参数  $\mathbf{s}$  设置与文献 [30] 中相同, 其他参数具体设置见表 1.

表 1 本文方法参数设置  
Table 1 Parameter setting in this paper

参数符号	参数设置
$n$	5
$k$	11
$\theta$	20
$\eta$	0.0008
$J$	4
<i>Threshold</i>	0.75

## 3 实验与分析

我们在两个 PET 图像仿真数据集上进行实验, 将本文方法和 MRI 引导滤波方法<sup>[5]</sup>、MRI 引导的 IHYP- LR 方法<sup>[13]</sup>、直接由 PET 合成图像构图的图滤波<sup>[29]</sup>和图小波四种方法进行比较. 其中图小波方法是直接由 PET 合成图像构图, 没有融合 MRI 信息, 相当于阈值为 0. 其他参数设置与本文融合 MRI 信息的方法相同. 为公平起见, 将对对比方法<sup>[5, 13]</sup>的实验参数都调整到最优.

### 3.1 评价指标

为了评估和比较各种去噪方法, 使用信噪比 (Signal-to-noise ratio, SNR) 和均方根误差 (Root mean squared error, RMSE) 来评估去噪后的 PET 图像质量.

$$SNR = 10 \lg \frac{\left( \sum_{i=1}^N (x_i) \right)^2}{\sum_{i=1}^N (x_i - y_i)^2} \quad (20)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - y_i)^2} \quad (21)$$

其中,  $x_i$  表示原始 PET 图像体素  $i$  的强度值,  $y_i$  表示去噪后的 PET 图像体素  $i$  的强度值.

### 3.2 模拟数据生成

本文使用 3D 大脑模型通过计算机模拟 Brain-Web 的幻像<sup>[35]</sup>, 该模型由脊髓液、白质和灰质组成,

并选择两个基于  $^{18}\text{F}$ -FDG 的葡萄糖代谢的组织隔室模型作为动力学模型. 本文从正常 MR 图像中选择了第 90 个切片, 从异常 MR 图像中选择了第 90 个切片, 并采用文献 [36] 的方法产生区域时间活动曲线 (Time activity curve, TAC), 在注射示踪剂时开始动态 PET 扫描. 动态 PET 数据由 60 min 内的 24 个时间帧组成:  $4 \times 20$  s,  $4 \times 40$  s,  $4 \times 60$  s,  $4 \times 180$  s 和  $8 \times 300$  s. 为了生成带噪声的动态 PET 图像, 本文采用 PET 成像领域常用的方法<sup>[1]</sup>, 首先通过正向投影生成原始的动态 PET 正弦图, 然后将 60 min 内产生  $7 \times 10^7$  个光子总数的泊松过程应用于原始的无噪声正弦图中, 最后通过 60 次 MLEM 方法迭代重建得到无病灶动态 PET 图像和单病灶动态 PET 图像. 实验中 PET 图像大小为  $175 \times 175$ , MR 图像大小为  $181 \times 217$ , 通过 BrainWeb 中的配准参数得到已配准的 MR 图像.

### 3.3 实验结果与分析

#### 3.3.1 无病灶数据实验结果与分析

第 1 个实验从光子数为  $7 \times 10^7$  时生成的无病灶动态 PET 大脑图像中, 选择第 6 帧、第 12 帧、第 18 帧和第 24 帧进行去噪效果演示. MR 图像如图 1(a), 从动态 PET 图像中得到的合成图像如图 1(b) 所示, 该 PET 图像没有病灶点, 直接使用 MR 图像构图. 观察图 1(a) 可知, MR 图像含有更多的结构信息, 可以帮助我们对动态 PET 图像进

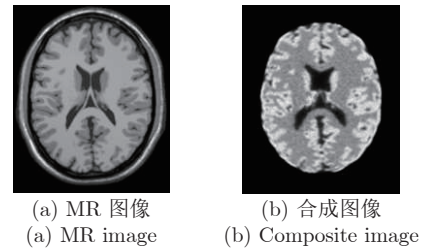


图 1 两种图像示例

Fig.1 Example of two kinds of images

行去噪. 无病灶情况下 PET 图像去噪实验结果如图 2 所示, 无病灶情况下结合 MRI 的 PET 图像去噪方法比较结果见表 2, 直接由 PET 合成图像构图的方法与本文方法比较结果见表 3. 由图 2 可以看出, 与其他方法相比, 本文方法得到的 PET 去噪图像具有更好的视觉效果. 同时在客观评估指标方面, 与结合 MRI 的 PET 图像去噪方法、直接由 PET 合成图像构图的去噪方法相比, 本文方法的 SNR 值最大, RMSE 值最小, 说明有更好的去噪效果.

#### 3.3.2 单病灶数据实验结果与分析

第 2 个实验从光子数为  $7 \times 10^7$  时生成的单病灶动态 PET 大脑图像中, 选择第 6 帧、第 12 帧、第 18 帧和第 24 帧进行去噪效果演示. BrainWeb 中相应的 MR 图像如图 3(a) 所示, 动态 PET 合成图像如图 3(b) 所示, 由 MR 图像和 PET 合成图像得到的融合图像如图 3(c) 所示. 观察图 3(c) 可以

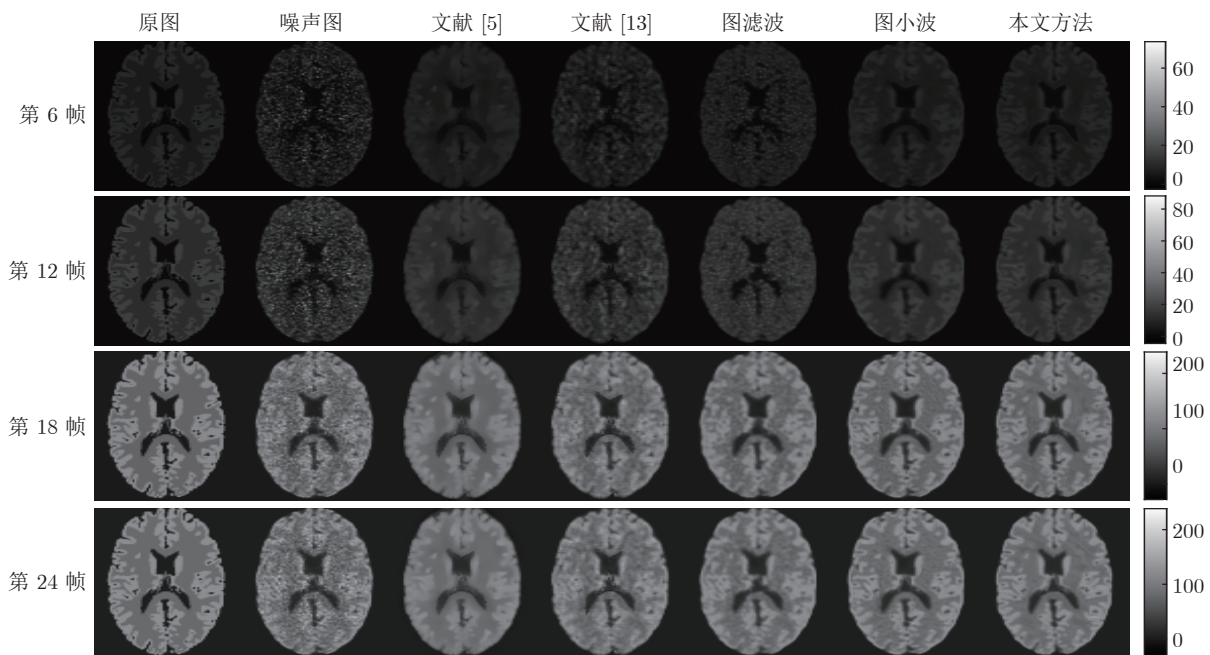


图 2 无病灶 PET 图像去噪结果

Fig.2 Denoising results of normal PET images

表 2 无病灶情况下结合 MRI 的 PET 图像去噪方法比较

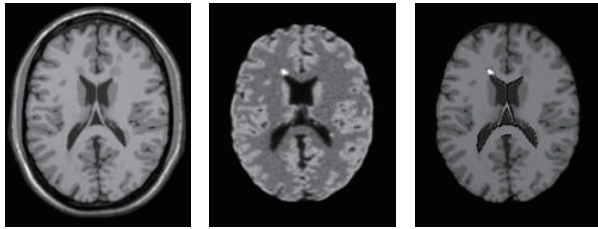
Table 2 Comparison of PET image denoising methods incorporated with MRI on the normal dataset

方法	第 6 帧		第 12 帧		第 18 帧		第 24 帧	
	SNR	RMSE	SNR	RMSE	SNR	RMSE	SNR	RMSE
文献 [5]	10.4529	1.6572	10.9457	3.0838	11.1680	19.5106	11.0675	20.4923
文献 [13]	7.9343	2.2146	9.5184	3.6345	11.6153	18.5312	11.5232	19.4450
本文方法	<b>11.7851</b>	<b>1.4215</b>	<b>12.2803</b>	<b>2.6445</b>	<b>12.6945</b>	<b>16.3661</b>	<b>12.6693</b>	<b>17.0413</b>

表 3 无病灶情况下由 PET 合成图像构图的方法与本文方法比较

Table 3 Comparison of the methods of constructing graph by PET composite image with the proposed method on the normal dataset

方法	第 6 帧		第 12 帧		第 18 帧		第 24 帧	
	SNR	RMSE	SNR	RMSE	SNR	RMSE	SNR	RMSE
图滤波	7.7670	2.2577	9.7258	3.5488	11.5317	18.7104	11.4831	19.5350
图小波	11.4064	1.4849	11.7967	2.7960	12.5395	16.6608	12.4637	17.4495
本文方法	<b>11.7851</b>	<b>1.4215</b>	<b>12.2803</b>	<b>2.6445</b>	<b>12.6945</b>	<b>16.3661</b>	<b>12.6693</b>	<b>17.0413</b>



(a) 单病灶 MR 图像  
(a) Single-lesion MR image  
(b) 单病灶动态 PET 合成图像  
(b) Single-lesion dynamic PET composite image  
(c) 单病灶动态 PET 融合图像  
(c) Single-lesion dynamic PET fusion image

图 3 单病灶图像

Fig.3 Single-lesion images

看出, 融合图像既保留了 MRI 图像的结构信息, 也保留了合成图像中的病灶点信息. 单病灶情况下 5 种方法去噪后的 PET 图像如图 4 所示, 由图 4 可以看出, 本文方法在去噪的同时还保留了更多的结构信息和病灶信息, 有更好的视觉效果. 各种方法的 SNR 和 RMSE 值如表 4 和表 5 所示. 可以看出, 本文方法的 SNR 值最大, RMSE 值最小. 为进一步评估本文方法的去噪性能, 我们分别画出了噪声图像和 5 种方法去噪后的 PET 图像残差图, 如图 5 所示. 观察图 5 可知, 本文方法得到的 PET 图像与原图更相近, 并且病灶点和边缘细节保留得更完整.

为了验证不同噪声级别下本文方法的有效性, 在单病灶情况下, 本文设置了光子数分别为  $7 \times 10^8$ 、 $7 \times 10^9$  两种情况来模拟生成不同噪声级别的 PET 图像, 各种方法的 SNR 和 RMSE 值如表 6 所示. 可以看出, 本文方法在不同噪声程度下, SNR 值最大, RMSE 值最小, 有更好的去噪效果.

为了定量比较不同方法在病灶点区域的重建效果, 用病灶点区域对比度恢复系数 (Contrast re-

covery coefficient, CRC) 与白质区域 (背景区域) 标准差 (Standard deviation, STD) 作为衡量指标. CRC 越接近 1, 说明病灶点区域的重建去噪效果越好; STD 值越小, 说明背景区域的噪声越少. CRC 与 STD 的计算式为<sup>[20]</sup>

$$CRC = \frac{\frac{1}{R} \sum_{r=1}^R \left( \frac{\bar{a}_r}{\bar{b}_r} - 1 \right)}{\frac{\bar{a}_{\text{true}}}{\bar{b}_{\text{true}}} - 1} \quad (22)$$

$$STD = \frac{1}{K_b} \sum_{k=1}^{K_b} \sqrt{\frac{\frac{1}{R-1} \sum_{r=1}^R (b_{r,k} - \bar{b}_k)^2}{\bar{b}}} \quad (23)$$

其中,  $\bar{a}_r = (1/K_a) \sum_{k=1}^{K_a} a_{r,k}$  是  $r$  次实验  $K_a$  个灰质感兴趣区域 (Region of interest, ROI) 平均值,  $\bar{b}_r = (1/K_b) \sum_{k=1}^{K_b} b_{r,k}$  是  $r$  次实验背景 ROI 平均值,  $R$  是总的实验次数.  $\bar{b}_k = (1/R) \sum_{r=1}^R b_{r,k}$  是所有实验第  $k$  个背景 ROI 的平均值,  $K_b$  是背景 ROI 的数量.

本文对比高斯 (Gaussian) 滤波、MRI 引导滤波 (GuideMRI)<sup>[5]</sup>、局部反投影方法 (HYPRMRI)<sup>[13]</sup>、图小波 (GWT) 和本文方法 (GWTMRI) 对病灶点的恢复效果. 指标参数的设置与文献 [20] 相同. 用以上 5 种方法对 MLEM 重建图像去噪, MLEM 共迭代 120 次, 每迭代 24 次计算一个 CRC-STD 值, 改变迭代次数得到的 CRC-STD 曲线如图 6 所示. 可以看出, 本文方法相对于高斯滤波、GuideMRI、HYPRMRI、GWT 有更好的 CRC-STD 折中值. 在同样水平的 STD 下, 本文方法有更大的 CRC 值. 因没有算法实现代码, 不能直接与基于深度学习的方法对比, 我们间接比较各种方法的 CRC-STD 图. 从文献 [20] 中的深度学习方法与高斯滤波的 CRC-

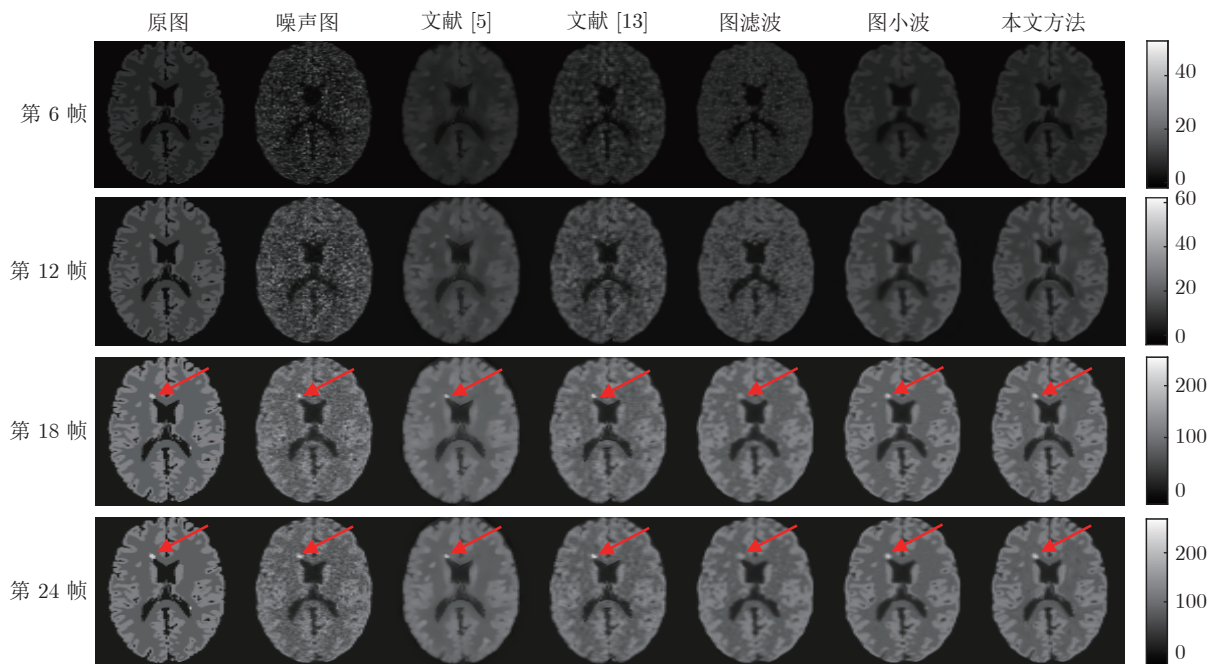


图 4 单病灶 PET 图像去噪结果

Fig. 4 Denoising results of single-lesion PET images

表 4 单病灶情况下结合 MRI 的 PET 图像去噪方法比较

Table 4 Comparison of PET image denoising methods incorporated with MRI on the single-lesion dataset

方法	第 6 帧		第 12 帧		第 18 帧		第 24 帧	
	SNR	RMSE	SNR	RMSE	SNR	RMSE	SNR	RMSE
文献 [5]	10.4428	1.6614	11.0090	3.0692	11.1229	19.7005	10.9810	20.8295
文献 [13]	8.6050	2.0529	10.0760	3.4169	11.6955	18.4437	11.5874	19.4249
本文方法	<b>11.6739</b>	<b>1.4419</b>	<b>12.2405</b>	<b>2.6635</b>	<b>12.7017</b>	<b>16.4262</b>	<b>12.5982</b>	<b>17.2910</b>

表 5 单病灶情况下由 PET 合成图像构图的方法与本文方法比较

Table 5 Comparison of the methods of constructing graph by PET composite image with the proposed method on the single-lesion dataset

方法	第 6 帧		第 12 帧		第 18 帧		第 24 帧	
	SNR	RMSE	SNR	RMSE	SNR	RMSE	SNR	RMSE
图滤波	8.7456	2.0190	10.2172	3.3621	11.5850	18.6797	11.4849	19.6554
图小波	11.3632	1.4998	11.7036	2.8333	12.5196	16.7742	12.4090	17.6698
本文方法	<b>11.6739</b>	<b>1.4419</b>	<b>12.2405</b>	<b>2.6635</b>	<b>12.7017</b>	<b>16.4262</b>	<b>12.5982</b>	<b>17.2910</b>

STD 曲线对比图可以看出, 文献 [20] 中的方法和本文方法相对于高斯滤波性能都有很大程度的提升. 值得指出的是, 该仿真实例仅表明了本文所提方法具有与基于深度学习方法相当的去噪性能. 但本文方法的优势在于可解释性好, 不需要大规模数据训练.

#### 4 结束语

提出了一种融合 MRI 信息的图小波变换方法用于动态 PET 图像去噪. 本文将 MR 图像与 PET 合成图像通过硬阈值方法进行融合, 在融合图像上

构造图拉普拉斯矩阵, 最后通过图小波变换对动态 PET 图像去噪. 在两种不同的 BrainWeb 仿真数据集上进行实验, 实验结果表明, 与结合 MRI 的 PET 图像去噪方法以及基于图滤波的去噪方法相比, 本文方法在图像视觉效果和评估指标方面的表现都是最优的. 这说明本文提出的融合 MRI 信息的图小波方法可以更大程度地降低噪声, 同时保留更多的 PET 图像病灶信息, 具有更好的去噪性能. 本文使用的图小波函数是文献中给定的常用函数, 根据 PET 图像的特点, 能否设计性能更好的专门针对医学图像的图小波函数, 值得进一步研究.



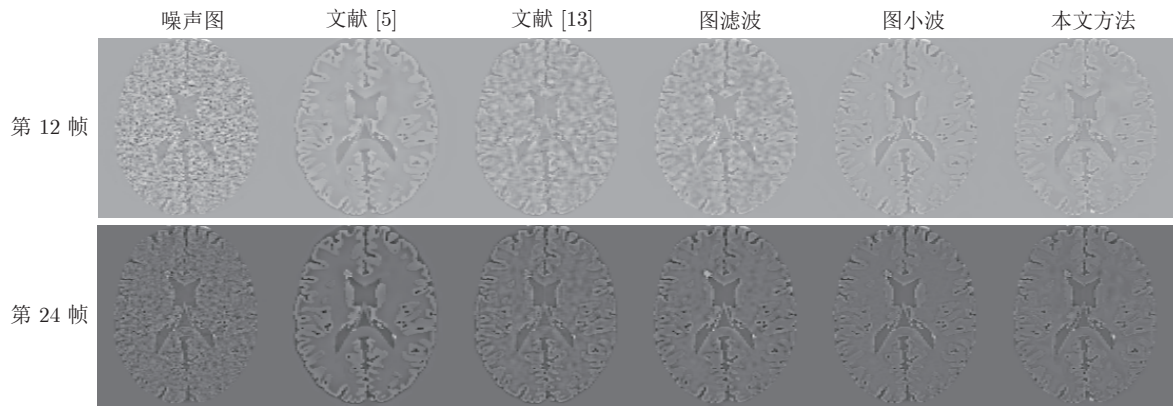


图 5 单病灶 PET 图像去噪残差图

Fig. 5 Denoising residual map of single-lesion PET images

表 6 单病灶 PET 图像在不同光子数时各种去噪方法比较

Table 6 Comparison of different denoising methods for single-lesion PET images with different photon numbers

方法	光子数 $7 \times 10^8$ / 第 12 帧		光子数 $7 \times 10^8$ / 第 24 帧		光子数 $7 \times 10^9$ / 第 12 帧		光子数 $7 \times 10^9$ / 第 24 帧	
	SNR	RMSE	SNR	RMSE	SNR	RMSE	SNR	RMSE
文献 [5]	11.4403	2.9205	11.2873	20.1078	11.4398	2.9207	11.2884	20.1053
文献 [13]	11.4789	2.9076	11.4751	19.6777	11.4690	2.9109	11.2807	20.1229
图滤波	11.2474	2.9861	11.2387	20.2206	11.6630	2.8466	11.4971	19.6278
图小波	11.3028	2.9671	11.5849	19.4305	11.3609	2.9473	11.8315	18.8866
本文方法	<b>11.9611</b>	<b>2.7506</b>	<b>11.9411</b>	<b>18.6497</b>	<b>11.9734</b>	<b>2.7467</b>	<b>12.0638</b>	<b>18.3881</b>

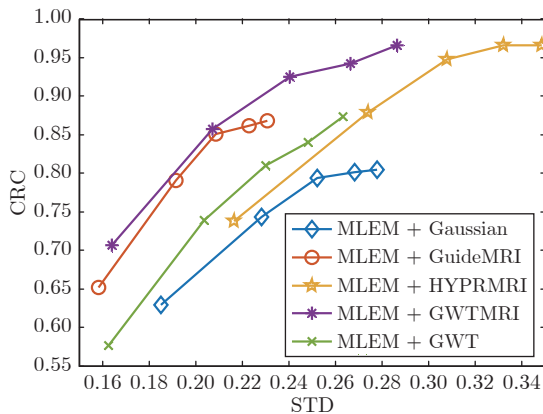


图 6 不同方法病灶点 CRC 与背景区域 STD 曲线图

Fig. 6 CRC-STD curves of the different denoising methods for single-lesion PET images

### References

- Dutta J, Leahy R M, Li Q. Non-local means denoising of dynamic PET images. *PLoS ONE*, 2013, 8(12): Article No. e81390
- Mansoor A, Bagci U, Mollura D J. Optimally stabilized PET image denoising using trilateral filtering. In: Proceedings of the IEEE International Conference on Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention. Boston, USA: 2014. 130–137
- Buades A, Coll B, Morel J M. A non-local algorithm for image denoising. In: Proceedings of the IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. San Diego, USA: IEEE, 2005. 60–65
- Jommaa H, Mabrouk R, Khelifa N, Morain-Nicolier F. Denoising of dynamic PET images using a multi-scale transform and non-local means filter. *Biomedical Signal Processing and Control*, 2018, 41: 69–80
- Yan J, Lim J C S, Townsend D W. MRI-guided brain PET image filtering and partial volume correction. *Physics in Medicine and Biology*, 2015, 60(3): 961–976
- Song T A, Yang F, Chowdhury S R, Kim K, Johnson K A, El Fakhri G, et al. PET image deblurring and super-resolution with an MR-based joint entropy prior. *IEEE Transactions on Computational Imaging*, 2019, 5(4): 530–539
- Song T A, Chowdhury S R, Yang F, Dutta J. PET image super-resolution using generative adversarial networks. *Neural Networks*, 2020, 125: 83–91
- Li T, Jiang C H, Gao J, Yang Y F, Liang D, Liu X, et al. Low-count PET image restoration using sparse representation. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 2018, 888: 222–227
- Wang Y, Ma G, An L, Shi F, Zhang P, Lalush D S, et al. Semisupervised triple dictionary learning for standard-dose PET image prediction using low-dose PET and multimodal MRI. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 2017, 64(3): 569–579
- An L, Zhang P, Adeli E, Wang Y, Ma G K, Shi F, et al. Multi-level canonical correlation analysis for standard-dose PET image estimation. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2016, 25(7): 3303–3315
- Zhang Y, Zhang X. PET-MRI joint reconstruction with common edge weighted total variation regularization. *Inverse Problems*, 2018, 34(6): Article No. 065006
- Bergounioux M, Papoutsellis E, Stute S, Tauber C. Infimal convolution spatiotemporal PET reconstruction using total variation based priors [Online], available: [https://www.researchgate.net/publication/322918637\\_Infimal\\_convolution\\_spatiotemporal\\_PET\\_reconstruction\\_using\\_total\\_variation\\_based\\_priors](https://www.researchgate.net/publication/322918637_Infimal_convolution_spatiotemporal_PET_reconstruction_using_total_variation_based_priors), 26 January, 2018
- Cheng J C K, Matthews J, Boellaard R, Sossi V. A MR guided denoising for PET using IHYPYR-LR. In: Proceedings of the IEEE Nuclear Science Symposium and Medical Imaging Conference. Atlanta, USA: IEEE, 2017. 1–3

- 14 Tahaei M S, Reader A J, Collins D L. Two novel PET image restoration methods guided by PET-MR kernels: Application to brain imaging. *Medical Physics*, 2019, **46**(5): 2085–2102
- 15 Gong K, Berg E, Cherry S R, Qi J. Machine learning in PET: From photon detection to quantitative image reconstruction. *Proceedings of the IEEE*, 2020, **108**(1): 51–68
- 16 Tian Juan-Xiu, Liu Guo-Cai, Gu Shan-Shan, Ju Zhong-Jian, Liu Jin-Guang, Gu Dong-Dong. Deep learning in medical image analysis and its challenges. *Acta Automatica Sinica*, 2018, **44**(3): 401–424  
(田娟秀, 刘国才, 谷珊珊, 鞠忠建, 刘劲光, 顾冬冬. 医学图像分析深度学习方法研究与挑战. *自动化学报*, 2018, **44**(3): 401–424)
- 17 Shi Jun, Wang Lin-Lin, Wang Shan-Shan, Chen Yan-Xia, Wang Qian, Wei Dong-Ming, et al. Applications of deep learning in medical imaging: A survey. *Journal of Image and Graphics*, 2020, **25**(10): 1953–1981  
(施俊, 汪琳琳, 王珊珊, 陈艳霞, 王乾, 魏冬铭, 等. 深度学习在医学影像中的应用综述. *中国图象图形学报*, 2020, **25**(10): 1953–1981)
- 18 Fan Jia-Wei, Zhang Ru-Ru, Lu Meng, He Jia-Wen, Kang Xiao-Yang, Chai Wen-Jun, et al. Applications of deep learning techniques for diabetic retinal diagnosis. *Acta Automatica Sinica*, 2021, **47**(3): 985–1004  
(范家伟, 张如如, 陆萌, 何佳雯, 康霄阳, 柴文俊, 等. 深度学习方法在糖尿病视网膜病变诊断中的应用. *自动化学报*, 2021, **47**(3): 985–1004)
- 19 Reader A J, Corda G, Mehranian A, Costa-Luis C D, Ellis S, Schnabel J A. Deep learning for PET image reconstruction. *IEEE Transactions on Radiation and Plasma Medical Sciences*, 2020, **5**(1): 1–25
- 20 Gong K, Guan J H, Liu C, Liu C C, Qi J Y. PET image denoising using a deep neural network through fine tuning. *IEEE Transactions on Radiation and Plasma Medical Sciences*, 2019, **3**(2): 153–161
- 21 Gong Y, Shan H M, Teng Y Y, Zheng H R, Wang G, Wang S S. Deeply-supervised multi-dose prior learning for low-dose PET imaging. In: Proceedings of the 17th IEEE International Symposium on Biomedical Imaging Workshops. Iowa, USA: IEEE, 2020. 1–4
- 22 Gong Y, Shan H M, Teng Y Y, Zheng H R, Wang G, Wang S S. Low-dose PET image restoration with 2D and 3D network prior learning. In: Proceedings of the 17th IEEE International Symposium on Biomedical Imaging Workshops. Iowa, USA: IEEE, 2020. 1–4
- 23 Gong Y, Shan H M, Teng Y Y, Tu N, Li M, Liang G D, et al. Parameter-transferred wasserstein generative adversarial network (PT-WGAN) for low-dose PET image denoising. *IEEE Transactions on Radiation and Plasma Medical Sciences*, 2021, **5**(2): 213–223
- 24 Wang Y, Zhou L P, Yu B T, Wang L, Zu C, Lalush D S, et al. 3D auto-context-based locality adaptive multi-modality GANs for PET synthesis. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 2019, **38**(6): 1328–1339
- 25 Shuman D I, Narang S K, Frossard P, Ortega A, Vandergheynst P. The emerging field of signal processing on graphs: Extending high-dimensional data analysis to networks and other irregular domains. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2013, **30**(3): 83–98
- 26 Sandryhaila A F, Moura J M. Big data analysis with signal processing on graphs: Representation and processing of massive data sets with irregular structure. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2014, **31**(5): 80–90
- 27 Yang Jie, Zhao Lei, Guo Wen-Bin. Graph band-limited signals reconstruction method based graph spectral domain shifting. *Acta Automatica Sinica*, 2021, **47**(9): 2132–2142  
(杨杰, 赵磊, 郭文彬. 基于图谱域移位的带限图信号重构算法. *自动化学报*, 2021, **47**(9): 2132–2142)
- 28 Cheung G, Magli E, Tanaka Y, Ng M K. Graph spectral image processing. *Proceedings of the IEEE*, 2018, **106**(5): 907–930
- 29 Guo S Y, Sheng Y X, Chai L, Zhang J X. Graph filtering approach to PET image denoising. In: Proceedings of the 1st International Conference on Industrial Artificial Intelligence. Shenyang, China: IEEE, 2019. 1–6
- 30 Hammond D K, Vandergheynst P, Gribonval R. Wavelets on graphs via spectral graph theory. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 2011, **30**(2): 129–150
- 31 Hammond D K, Vandergheynst P, Gribonval R. The spectral

graph wavelet transform: Fundamental theory and fast computation. *Vertex-Frequency Analysis of Graph Signals*. Springer, 2019. 141–175

- 32 Deutsch S, Ortega A, Medioni G. Manifold denoising based on spectral graph wavelets. In: Proceedings of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing. Shanghai, China: IEEE, 2016. 4673–4677

33 Wang G, Qi J. PET image reconstruction using kernel method. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 2014, **34**(1): 61–71

34 Shepp L A, Vardi Y. Maximum likelihood reconstruction for positron emission tomography. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 1982, **1**(2): 113–122

35 Aubert-Broche B, Griffin M, Pike G B, Evans A C, Collins D L. Twenty new digital brain phantoms for creation of validation image databases. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 2006, **25**(11): 1410–1416

36 Feng D, Wong K P, Wu C M, Siu W C. A technique for extracting physiological parameters and the equired input function simultaneously from PET image measurements: Theory and simulation study. *IEEE Transactions on Information Technology in Biomedicine*, 1997, **1**(4): 243–254



**易利群** 武汉科技大学信息科学与工程学院硕士研究生. 主要研究方向为医学图像处理, 信号处理.

E-mail: ylqgenuine@sina.cn

**(YI Li-Qun** Master student at the School of Information Science and Engineering, Wuhan University of

Science and Technology. Her research interest covers medical image processing and signal processing.)



**盛玉霞** 武汉科技大学信息科学与工程学院副教授. 2014年获武汉科技大学控制科学与工程专业博士学位. 主要研究方向为图像处理, 图信号处理. 本文通信作者.

E-mail: shengyuxia@wust.edu.cn

**(SHENG Yu-Xia** Associate professor at the School of Information Science and Engineering, Wuhan University of Science and Technology.

She received her Ph.D. degree in control science and engineering from Wuhan University of Science and Technology in 2014. Her research interest covers image processing and graph signal processing. Corresponding author of this paper.)



**柴利** 浙江大学控制科学与工程学院教授. 2002年获香港科技大学电子工程系博士学位. 主要研究方向为分布式优化, 滤波器组框架, 图信号处理, 网络化控制系统.

E-mail: chaili@zju.edu.cn

**(CHAI Li** Professor at the College

of Control Science and Engineering, Zhejiang University. He received his Ph.D. degree in electrical engineering from Hong Kong University of Science and Technology in 2002. His research interest covers distributed optimization, filter bank frames, graph signal processing, and networked control systems.)