

# 一种规模化混杂生产线缓冲区容量优化分配技术

刘军<sup>1</sup> 任建华<sup>1</sup> 冯硕<sup>1</sup>

**摘要** 针对传统技术难以解决规模化混杂生产线缓冲区容量分配问题 (Buffer allocation problem, BAP), 提出了一种规模化生产线递阶分解建模并行寻优技术 (Hierarchical decomposition modeling parallel optimizing technique of large-scale production lines, HDMPOT). 该技术结合混杂生产线系统综合方法与分解方法的技术思想, 兼顾生产线平衡性与系统规模, 将原系统递阶分解为包含虚拟生产线在内的  $n + 1$  个子生产线系统, 通过求解子系统的最优解构造原系统的渐近最优解, 并在系统递阶建模阶段, 提出了一种设备模糊聚类的辅助方式; 同时, 基于混杂生产线系统综合方法, 提出了一种系统渐次综合的初解改进确定方法; 并提出了一种通过构造动态步长来设计领域结构的改进型禁忌搜索算法 (Simple tabu search, STS), 对子系统进行并行寻优. 最后, 对技术算法的收敛性进行了证明. 提出的生产线递阶分解建模并行寻优技术具有一般性, 对受设备随机故障等随机事件影响的生产线, 尤其是规模化生产线系统其他优化、控制问题也具有借鉴和参考价值.

**关键词** 缓冲区容量分配问题, 规模化, 最优化, 递阶分析模型, 生产线平衡

**引用格式** 刘军, 任建华, 冯硕. 一种规模化混杂生产线缓冲区容量优化分配技术. 自动化学报, 2023, 49(5): 1073–1088

**DOI** 10.16383/j.aas.c200578

## Optimal Allocation Technology for Buffer Capacity of Large-scale Hybrid Production Lines

LIU Jun<sup>1</sup> REN Jian-Hua<sup>1</sup> FENG Shuo<sup>1</sup>

**Abstract** For large-scale production lines, hierarchical decomposition modeling parallel optimizing technique of large-scale production lines (HDMPOT) is proposed here to deal with the buffer allocation problem (BAP), which is intractable for traditional techniques. The technique, which combines the technique philosophy of the aggregation method and that of the decomposition method of hybrid production lines and takes into account both production line balance and system scale, decomposes the original production system into  $n + 1$  pseudo-production subsystems to set up a hierarchical analysis model and obtains the near-optimal solution of original production system by the optimal solutions of pseudo-production subsystems. A fuzzy clustering method is adopted for machines in the system to help the technique setting up the hierarchical analysis model. Meanwhile, the initial solution is obtained by a new method utilizing the aggregation method of hybrid production lines. In addition, an improved simple tuba searching (STS) algorithm, in which a dynamical searching step length is used to build the neighboring structure of solutions, is proposed to search the optimal solutions of subsystems synchronously. At last, the convergence of the algorithm about the technique is proved. The technique to some extent is of generality and can be utilized to deal with other system optimizing problems of large-scale production lines disturbed by breakdowns of machines or other stochastic events.

**Key words** Buffer allocation problem (BAP), large-scale, optimization, hierarchical analysis model, production line balance

**Citation** Liu Jun, Ren Jian-Hua, Feng Shuo. Optimal allocation technology for buffer capacity of large-scale hybrid production lines. *Acta Automatica Sinica*, 2023, 49(5): 1073–1088

缓冲区广泛存在于供应链或物流企业内部, 它

是被设计临时用来存储成品和半成品, 以降低或避免系统不良状态对其他单元乃至对整个系统带来的不良影响或破坏, 由于其本身的暂存、降冲击、平衡作用, 不能被完全取消, 对企业生产经营具有重要影响和不可替代的作用. 由于缓冲区容量分配问题 (Buffer allocation problem, BAP) 的重要性和复杂性, 自 Koenigsberg 等<sup>[1]</sup> 研究该问题以来, 以生产线为对象, 各国学者已进行 60 多年的研究工作, Li 等<sup>[2]</sup> 对 2009 年之前的研究情况做了较详细介绍和总结, Demir 等<sup>[3]</sup> 在其基础上, 又对 2014 年前的研究情况进行了说明.

收稿日期 2020-07-23 录用日期 2020-12-14  
Manuscript received July 23, 2020; accepted December 14, 2020

国家自然科学基金 (71861025), 科技部国家重点研发计划 (2018YFB1703105), 兰州理工大学红柳一流学科建设项目资助

Supported by National Natural Science Foundation of China (71861025), National Key Research and Development Project (2018YFB1703105), and Hongliu First-class Disciplines Development Program of Lanzhou University of Technology

本文责任编辑 张俊

Recommended by Associate Editor ZHANG Jun

1. 兰州理工大学机电工程学院 兰州 730050

1. School of Mechanical and Electrical Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050

BAP 主要围绕生产力最大、总缓冲区容量最小、平均缓冲区盈余水平最小这三个目标函数展开。早期学者主要基于堆栈理论应用解析方法,对生产线进行缓冲区容量分析与设计<sup>[4]</sup>,后因应用需要,开始考虑设备随机故障等随机事件对系统带来的影响。受随机事件影响的生产线属于典型的混杂系统<sup>[5]</sup>。双设备生产线是复杂制造系统的研究基础。考虑设备随机故障等随机事件影响,针对离散、连续、同步、异步、相似型、非相似型、依靠操作型故障和依靠时间型故障等不同的双设备及部分由三台设备组成的生产线,许多学者得到了有关缓冲区容量与系统性能关系的闭环解析解<sup>[6]</sup>,但在随机故障影响下,要获得设备数超过三台的生产线缓冲区容量与系统性能关系的解析关系非常困难,“它难以编程、病态,而且对规模更大的问题不具有可扩展性”;同时“其组合优化特性也决定其难以获得解析解”<sup>[7]</sup>。针对设备数超过三台、结构更复杂的生产线,缓冲区容量分配问题的处理技术发展为:首先利用有关解生成方法进行容量分配,然后利用生产线性能分析技术进行性能评价,二者交替反复进行,直至获得最优或近优解。本文分别对系统性能分析技术与寻优算法进行说明。

混杂生产线系统性能分析方法主要有排队网络法、混杂生产线分解方法<sup>[8]</sup>、混杂生产线系统综合方法<sup>[9]</sup>和仿真方法 4 种。其中,排队网络法现已停滞,当设备数超过 6 台时,该技术已无能为力,根本原因还是维数灾难问题。混杂生产线分解技术的基本思想是引入虚拟设备将多设备生产线分解成一系列的双设备生产线,通过往复迭代调整虚拟设备参数,使这些双设备生产线具有原始生产线的操作特性,而获得原系统的性能评价指标。混杂生产线系统综合方法的思想是先将缓冲区和其上游和下游的两台设备综合成一台虚拟“等价设备”,然后按此法逐步将整条生产线最终综合成一台“等价设备”,并由此获得相应系统性能指标,该技术与分解方法相比在某些模型上存在较大分析误差<sup>[10]</sup>。系统仿真方法受限于分析效率不适于处理规模较大的系统。由于混杂生产线系统性能分析技术非本文重点,本文不再赘述,感兴趣的读者可参考上述相关文献。

最简单的缓冲区容量解生成方法是遍历空间法,但由于缓冲区容量分配本身为非确定性多项式难问题,该方法只适用于设备数较少的生产系统。传统的搜索方法,如分支界定法<sup>[11]</sup>、梯度法<sup>[12]</sup>等随着计算机技术的发展也广泛应用于缓冲区容量优化分配问题,但其主要缺陷是易陷入局部最优,同时难以观察缓冲区容量微小变化对生产线系统性能造

成的影响。因此禁忌搜索算法 (Simple tabu search, STS)<sup>[13]</sup>、模拟退火算法<sup>[14]</sup>、遗传算法<sup>[15]</sup>等启发式算法被大量采用,来解决缓冲区容量优化分配问题,并且由单一目标函数向多目标函数方向发展<sup>[10-16]</sup>。近年来,为更好搜索解空间,学者们尝试将启发式算法与其他方法相结合研究 BAP 问题<sup>[17-19]</sup>。但从系统模型角度,对于规模较大的生产系统,尤其从供应链角度进行优化设计或控制时,传统技术即解生成方法与系统性能评价技术,二者反复交替进行寻优的方式,存在效率低、难以获得有效解等问题。

为解决设备数较多的规模化生产线 BAP 问题,Shi 等<sup>[20]</sup>发展了一种分解技术以期提高计算效率,该技术将系统分解成若干具有重叠工件的子系统,然后独立寻优,通过选取其中最大的重合工件数来确定原系统的近似解,该技术在精度上不甚理想。Xi 等<sup>[21]</sup>在文献 [20] 基础之上,针对一个流水线与平行线混合系统,提出了一种分解方法,来解决较大规模的 BAP,其同样将原生产线分解成若干段的子系统,但与文献 [20] 不同的是在各子系统之间增加了相关联系变量条件以提高解的精度。Li 等<sup>[22]</sup>为提高计算效率,基于混杂生产线分解方法,将原生产线分解成一组相互重叠的虚拟三设备两缓冲区的子系统,其中第 1 台虚拟设备模拟原生产线系统的上游区域,第 3 台虚拟设备模拟原生产线系统的下游区域,其主要通过减少较长生产线可能的配置形式和计算时间来提高问题的求解效率。Alfieri 等<sup>[23]</sup>提出了一个综合集成建模方法,该方法将生产线建模成多个离散制造子系统,并基于数学规划去解决缓冲区容量最优分配,该方法的缺陷在于如果各离散制造子系统较复杂(如较长的生产线),则非常耗时,这也限制了它的应用。为克服该缺点,文献 [24] 提出了一种基于时间的分解算法,将上述数学规划模型分解成能顺序处理的若干子模型,以便于该方法可用于处理规模更大的系统。除上述文献外,鲜有针对规模化生产线 BAP 的其他兼顾精度与效率的解决技术。智能化工厂以及现代市场的发展,急需解决在生产要素存在随机事件扰动情况下,基于企业整体或供应链系统角度,如何对规模化生产线等制造系统进行资源全局优化、调度或管控,达到全局平衡稳定、降低成本和整体最优的目的。

受文献 [25] 启发,本文提出一种规模化生产线递阶分解建模并行寻优技术 (Hierarchical decomposition modeling parallel technique large-scale production lines, HDMPOT)。该技术结合混杂生产线系统综合方法与系统分解方法的技术思想,利用混杂生产线系统综合方法构造虚拟生产线,兼顾生产线平衡性与系统规模、计算效率等,将原系统

递阶分解为包含  $n + 1$  个子生产线的系统, 构造递阶分析模型, 然后进行并行寻优, 通过求解子系统的最优解构造原始问题的渐近最优解, 而非前人研究中常见的单纯求取近似解的方法. 该技术具有较好的一般性, 对企业整体或供应链角度出发的规模化生产线系统、其他资源配置或优化设计、控制问题也具有借鉴和指导作用. 由于初解质量对规模化系统寻优效率影响较大, 本文结合前人关于双设备生产线的解析结论, 利用混杂生产线系统综合方法, 从子生产线系统内部渐次综合确定缓冲区容量初解, 并逐阶扩展到整个系统. 该方法不同于以往采用平均或随机方式确定初解的方法, 初解更接近于最优解, 利于规模化寻优. 同时, 在上述规模化生产线递阶分解并行寻优技术思想基础上, 本文提出了一种依据设备性能参数采用模糊聚类方式的辅助建模方法, 并在子系统并行寻优时结合各子系统间及内部的平衡性差异控制寻优方向及寻优步长: 1) 子系统之间. 缓冲区容量由平衡性好的子系统向平衡性差的子系统进行调整, 直至系统生产效率趋同并渐近稳定; 并依据平衡性差异大小情况控制寻优步长. 2) 子系统内部. 依据设备聚类结果, 缓冲区容量由相邻设备相似程度或局部平衡率较高的缓冲区, 向相邻设备非相似或局部平衡率较差的缓冲区进行调整; 并且依据非相似性或平衡性差异的大小情况控制寻优步长. 同时, 结合上述技术内容, 针对各子系统并行寻优问题, 提出了一种改进型禁忌搜索技术, 其在邻域结构设计时, 有别于列举全部邻域解的传统方式, 结合问题特点, 通过构造动态步长生成邻域空间; 在种群更新时, 通过一定概率条件下的变异操作, 提高全局搜索能力. 上述技术本文统称为基于禁忌搜索的生产线模糊聚类递阶分解并行寻优技术 HDMPT.

## 1 问题描述

图 1 为一个生产线示例, 原材料或半成品从系统外部进入系统, 由第 1 台设备  $M_1$  进行处理,  $M_1$  加工完毕后进入缓冲区 (或传送带)  $B_1$ , 随后由设备  $M_2$  进行处理, 再进入缓冲区  $B_2$ , 依此类推, 直至  $M_N$  处理完毕后离开系统. 本文以规模化生产线为研究对象, 与图 1 模型相似, 只是设备数较多 (百台以上规模), 以图 1 为模型示例并不影响本文问题说明.

令  $C_i, i \in \{1, 2, \dots, N-1\}$  代表缓冲区容量,  $S_i$  为设备  $M_i, i \in \{1, 2, \dots, N\}$  的最大生产率, 且各个设备的生产能力非相同, 即生产线为非相似型生产线.  $p_i, r_i$  分别为设备  $M_i, i \in \{1, 2, \dots, N\}$  的故障率、维修率. 假设如下:

1) 所有设备都受随机故障影响, 设备的故障为

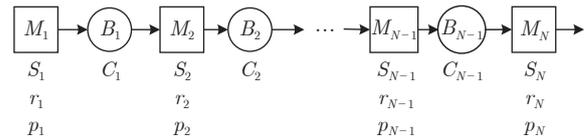


图 1 生产线示例

Fig.1 Example of production lines

依靠操作型故障类型, 即故障只发生在设备运行过程中, 与时间状态无关. 且当设备发生故障经过维修恢复正常后, 再加工的产品仍能继续被加工.

2) 设备  $M_i, i \in \{1, 2, \dots, N\}$  工作和停止的时间是独立的, 且各自服从参数为  $1/p_i$  和  $1/r_i, i \in \{1, 2, \dots, N\}$  的指数分布.

3)  $\alpha_i(t) \in \{0, 1\}, i \in \{1, 2, \dots, N\}$  代表设备  $M_i, i \in \{1, 2, \dots, N\}$  的状态, 为一连续马尔科夫过程. 当  $\alpha_i(t) = 1$  时, 代表设备  $M_i$  处于工作状态, 当  $\alpha_i(t) = 0$  时, 代表设备  $M_i$  发生故障, 需要维修.

4)  $\pi = [x_1, \dots, x_{N-1}, \alpha_1, \dots, \alpha_N]$  代表系统的状态, 其中  $x_i, i \in \{1, 2, \dots, N-1\}$  代表缓冲区  $B_i, i \in \{1, 2, \dots, N-1\}$  的缓冲区盈余水平或库存水平.

5) 首台设备  $M_1$  不发生“饥饿”现象, 即上游缓冲区始终存在待加工件或原材料; 最后一台设备  $M_N$  不发生“阻塞”现象, 即假定其下游缓冲区容量为无限.

6) 缓冲区不发生故障, 且半成品在缓冲区中的传输时间忽略不计.

由假设可知, 在  $t$  时刻对设备  $M_i, i \in \{1, 2, \dots, N\}$  而言,  $\text{prob}[\alpha_i(t+1) = 1 | \alpha_i(t) = 0] = r_i$  及  $\text{prob}[\alpha_i(t+1) = 0 | x_{i-1}(t) > 0, \alpha_i(t) = 1, x_i(t) < C_i] = p_i$  成立. 显然  $e_i = S_i r_i / (r_i + p_i)$  为设备  $M_i$  的独立平均生产率. 若设备  $M_i, i \in \{1, 2, \dots, N-1\}$  处在工作状态, 且下游缓冲区平均盈余水平  $x_i, i \in \{1, 2, \dots, N-1\}$  达到缓冲区容量  $C_i, i \in \{1, 2, \dots, N-1\}$ , 则设备  $M_i$  下一时刻将停止生产直至下游缓冲区  $B_i, i \in \{1, 2, \dots, N-1\}$  有可用空间为止, 即设备  $M_i$  处于“阻塞”状态. 如果设备  $M_i, i \in \{2, 3, \dots, N\}$  正常工作, 而相邻的上游缓冲区  $B_i, i \in \{1, 2, \dots, N-1\}$  的缓冲区平均盈余水平  $x_i, i \in \{1, 2, \dots, N-1\}$  为 0, 则设备  $M_i$  在下一时刻停止生产直至上游相邻缓冲区  $B_i$  的盈余水平不为 0, 即此时设备  $M_i$  处于“饥饿”状态. 当无“阻塞”和“饥饿”时, 在  $t+1$  时刻, 缓冲区  $B_i, i \in \{1, 2, \dots, N-1\}$  的缓冲区盈余水平为  $x_i[t+1] = x_i[t] + \alpha_i[t+1] - \alpha_{i+1}[t+1], i \in \{1, 2, \dots, N\}$ . 对生产线中的设备  $M_i, i \in \{1, 2, \dots, N\}$  而言, 其平均生产率为  $E_i = S_i \text{prob}[\alpha_i = 1, x_{i-1} > 0, x_i < C_i]$ , 显然其不大于设备的独立平均生产率  $e_i$ . 系统

稳定后, 基于流率模型及“生灭”理论<sup>[26]</sup>, 即物质不会凭空增加及减少, 若令  $E = f(\mathbf{C})$  为各缓冲区容量配置为  $\mathbf{C} = (C_1, C_2, \dots, C_{N-1})$  时的生产线系统平均生产率或生产力, 显然下式成立:

$$E = E_1 = E_2 = \dots = E_N$$

令  $Q_i$  代表  $B_i, i \in \{1, 2, \dots, N-1\}$  的平均缓冲区盈余水平, 则下式成立:

$$Q_i = \sum_{\pi} x_i \text{prob}[\pi], i \in \{1, 2, \dots, N-1\}$$

值得注意的是, 系统生产力  $E$  和平均缓冲区盈余水平  $\mathbf{Q} = [Q_1, Q_2, \dots, Q_{N-1}]$  是当前混杂制造系统研究邻域系统分析的主要技术评价指标, 高性能系统应具有较高系统生产力且较低平均缓冲区盈余水平. 精益生产“一个流”则表示  $Q$  为 0 时的状态.

令  $U$  为可分配的缓冲区总容量, 本文目标为在总缓冲区容量一定的情况下, 寻找适宜的缓冲区容量配置  $\mathbf{C} = [C_1, C_2, \dots, C_{N-1}]$  使系统平均生产力最大, 即:

$$\begin{aligned} & \max f(\mathbf{C}) \\ & \text{s.t.} \\ & \sum_{i=1}^{N-1} C_i \leq U, i = 1, 2, \dots, N-1 \end{aligned} \quad (1)$$

式中,  $C_i, i \in \{1, 2, \dots, N-1\}$  为非负正整数. 由于无法获得规模化生产线系统生产力的闭环解析式, 上述规模化的非线性组合优化问题受问题本身以及系统性能评价技术的制约, 当设备规模非常大时, 传统技术难以处理. 基于此, 本文从生产线资源优化配置或现场生产线优化控制角度出发, 提出一

种基于禁忌搜索的生产线模糊聚类递阶分解并行寻优技术, 以解决该问题. 尤其本文构造  $n+1$  个虚拟子生产线的“规模化生产线递阶分解建模并行寻优技术”具有一般性, 对生产线其他相关系统优化、控制问题, 也具有借鉴和参考价值. 第 2~5 节分别从规模化生产线递阶分解建模并行寻优技术、模糊聚类递阶建模、初解改进、改进型禁忌搜索算法等方面阐明本文技术思想.

## 2 规模化生产线递阶分解建模并行寻优技术

本文技术关键之一是如何解决系统规模所带来的处理困难. 基于系统流率模型在系统稳态情况下各子系统的生产力保持一致性的条件, 即  $E = E_1 = E_2 = \dots = E_N$ , 吸收传统混杂生产线系统分解技术与综合技术思想, 提出一种规模化生产线递阶分解建模并行寻优技术, 将原系统分解成  $n+1$  个虚拟子生产线系统, 通过寻找子系统的最优解构造原始系统的渐近最优解, 具体做法如下:

1) 依据一定原则以设备为边界将规模化系统 (如图 1 所示) 递阶分解为  $n$  段, 即分解为  $L_1, L_2, \dots, L_n$ , 如图 2 所示. 子系统划分或者建立系统递阶分析模型的原则建议如下: a) 按照设备相似程度进行划分. 相似程度较高或相似程度在一定允许范围内的设备, 划分为同一生产线段或同一个子系统. b) 按照生产线平衡性进行划分. 平衡性较高或平衡性在一定允许范围内的设备划分为同一生产线段或同一个子系统. 生产线平衡率  $R_L$  计算公式为  $R_L = (1/m) \sum_{i=1}^m (S_i / \max(S_i))$  或按均值计算  $R_L = (1/m) \times$

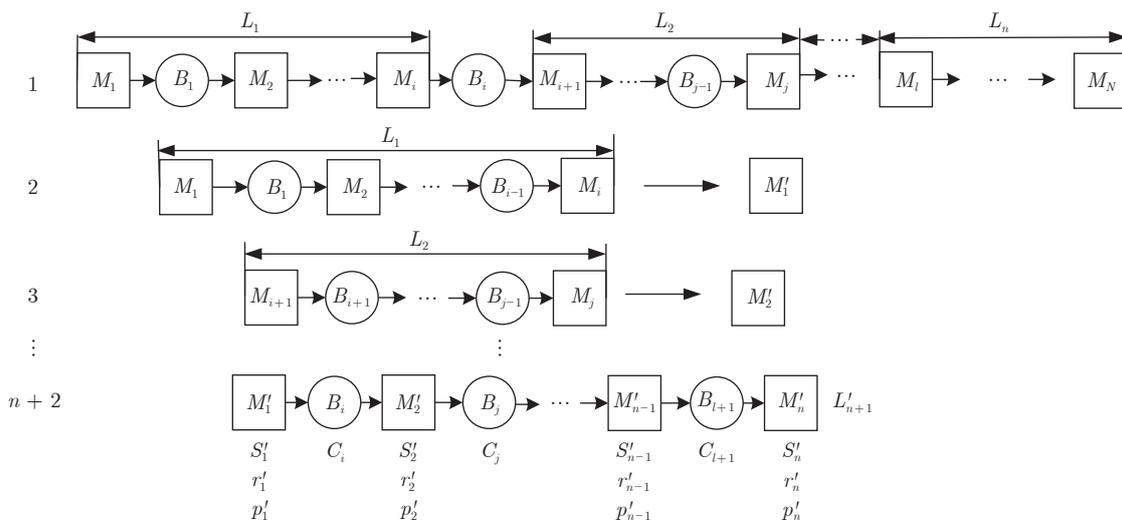


图 2 规模化生产线递阶分解建模过程

Fig. 2 Hierarchical decomposition modeling process of large scale production lines

$\sum_{i=1}^m (e_i / \max(e_i))$  (令子生产线中设备数为  $m$ ). c) 上述两种方式结合. d) 子系统划分时须使各子系统规模相当, 即设备数相近或相等 (包含本节步骤 2) 中所述第  $n+1$  个虚拟生产线子系统  $L'_{n+1}$ ), 从而后期对各子系统并行寻优时, 从规模角度保证各子系统的寻优时效相近, 以提高系统整体寻优效率.

值得注意的是, 按相似度或平衡性进行子系统划分或建立系统递阶分析模型时, 建议满足如下必要条件: 不考虑缓冲区容量情况, 子系统中平均生产力最大的设备其生产力与平衡率的乘积以及子系统中平均生产力最低设备的生产力均须不小于整个系统中生产力最低的设备, 以利于系统寻优. 因为若缓冲区容量为无限, 在其他条件一定时, 系统生产力是由系统中生产力最低的设备决定, 而实际情况是缓冲区容量不可能为无限, 上述建议条件使子系统划分更加趋于合理, 利于寻优. 当然也可依据其他寻优问题的特点, 采用其他方式将原系统拆分为若干子系统, 并结合上述原则建立系统递阶分析模型, 其基本思想一致, 本文不再赘述.

2) 如图 2 所示, 利用混杂生产线系统综合方法将  $L_1, L_2, \dots, L_n$  等各生产线分别综合成一台虚拟等价设备  $M'_1, M'_2, \dots, M'_n$  等 (具体过程在第 4 节举例说明), 并将虚拟设备  $M'_1, M'_2, \dots, M'_n$  与原生产线系统中  $L_1, L_2, \dots, L_n$  等子系统之间的缓冲区组合, 构造虚拟生产线  $L'_{n+1}$ .

3) 由生产线  $L_1, L_2, \dots, L_n$  以及  $L'_{n+1}$  组成的  $n+1$  个子生产线系统代替原系统, 并暂且不考虑缓冲区容量大小情况, 仅按照 1) 所描述的生产线平衡率或系统平均生产力等指标 (令子生产线中设备数为  $m$ , 系统平均生产力可按  $\min\{e_i = S_i r_i / (r_i + p_i), i = 1, 2, \dots, m\}$  或其他方式计算), 根据具体寻优问题的需要确定  $L_1, L_2, \dots, L_n$  和  $L'_{n+1}$  等各子系统的阶次  $h$ , 构建系统递阶分析模型, 以利于后续按阶次寻优. 高阶系统生产线平衡率或系统平均生产力较高, 低阶系统平衡率或系统平均生产力相应较低. 也可根据具体寻优问题的特点, 采用其他方式确定子系统的阶次, 并继续进行后续操作.

4) 假定上述步骤中所描述的  $L_1, L_2, \dots, L_n$  以及  $L'_{n+1}$  等  $n+1$  个虚拟生产线系统的第 1 台设备上游始终存在待加工件或原材料, 最后一台设备的下游缓冲区容量为无限, 对各虚拟生产线子系统进行并行寻优, 直至各子系统的系统稳态生产力一致或达到允许误差 (或满足其他系统寻优问题的评价指标截止条件).

如此, 即将原规模化生产线的系统寻优问题转换为对  $n+1$  个虚拟子生产线系统进行并行寻优的过程, 便于控制计算规模. 值得注意的是, 对各虚拟

生产线子系统进行缓冲区容量分配并行寻优时, 要控制两个寻优方向: a) 子系统间须满足总缓冲区容量的条件要求, 并且寻优时, 由高阶系统即生产力高的子系统向低阶系统即系统生产力低的子系统进行缓冲区容量分配倾斜. b) 子系统内部由相邻设备相似度较高或与前后相邻设备组成双设备生产线后生产力较高的缓冲区, 向相邻设备相似度较低或与其组成双设备生产线后生产力相对较低的缓冲区进行容量分配倾斜. 上述寻优过程, 如同在不同“杯”中调整“水”量, 直至各子系统生产力或“水面”高度一致时为止. 另外, 可依据系统生产力的差异性大小控制寻优步长, 对差异较大的进行“水面”粗调整或选择较大步长, 对差异较小的进行微调或选择较小步长.

本文的规模化生产线递阶分解建模并行寻优技术具有一般性, 对生产线尤其是规模化生产线相关资源优化配置或有关系统优化控制问题, 具有较好的参考和借鉴价值. 对于该技术的第 1 步子系统划分, 本文结合生产线平衡等原则, 建议了一种模糊聚类的方法, 下面做具体介绍.

### 3 模糊聚类递阶建模

为降低问题维度解决规模化生产线相关优化问题, 第 2 节提出了一种构造虚拟生产线的递阶分解建模并行寻优技术. 该技术第 1 步须按一定原则将原系统分为  $n$  段或划分为  $n$  个子系统, 以构造递阶分析模型. 由于生产线平衡性或设备相似性的高低是个相对概念, 本文针对子系统划分, 提出了一种模糊聚类的方法, 其依据设备性能参数先对设备进行模糊分类, 进而再结合设备相似程度或生产线平衡等上文所述相关原则, 进行子系统划分并构造递阶分析模型.

相似型或非相似型生产线是按照系统中设备最大生产力是否相同或相近进行区分, 并没有考虑随机事件的影响, 即没有考虑设备故障率、维修率等相关随机因素. 虽然仍然可以按照设备独立平均生产率  $e_i = S_i r_i / (r_i + p_i)$  对设备相似度进行区别并进而考虑生产线平衡性等原则划分子系统, 但忽略了设备随机故障、随机维修时间等扰动影响, 因此本文介绍一种模糊聚类的设备相似度确定方法, 然后结合生产线平衡等相关原则, 进行子系统划分并构造递阶分析模型.

#### 1) 设备模糊聚类

以设备最大加工能力  $S_i$ 、故障率  $p_i$ 、维修率  $r_i$  作为特征数据对设备进行分类.  $M = \{M_1, M_2, \dots, M_N\}$  为原生产线中待分类设备, 令  $M_i = [M_{i1}, M_{i2},$

$M_{i3}$ ],  $i = 1, 2, \dots, N$ , 其中  $M_{i1}$ 、 $M_{i2}$ 、 $M_{i3}$  分别代表设备  $M_i$  最大加工能力  $S_i$ 、故障率  $p_i$ 、维修率  $r_i$ , 则生产线设备指标参数矩阵为:

$$M = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ M_{N1} & M_{N2} & M_{N3} \end{bmatrix}$$

分别对  $M_{i1}$ 、 $M_{i2}$ 、 $M_{i3}$  三个聚类指标数据在  $[0, 1]$  区间内进行标准化归一处理, 并按式 (2) 确定设备  $M_i$ 、 $M_j$  的相似系数  $I_{ij}$ , 建立模糊相似矩阵  $I = [I_{ij}]$ .

$$I_{ij} = \begin{cases} 1, & i = j, \\ \frac{1}{Q} \sum_{k=1}^3 M_{ik} \cdot M_{jk}, & i \neq j, \end{cases} \quad i, j = 1, 2, \dots, N \quad (2)$$

式中,  $Q = \max_{i \neq j} \left( \sum_{k=1}^3 M_{ik} \cdot M_{jk} \right)$ .

结合生产线设备数规模以及系统中最高设备平均生产力与最低设备平均生产力的差异情况, 建立模糊规则, 将论域范围  $[0, 1]$  均匀划分为  $a$  个区间 (等级), 由小到大分别表示为  $1, 2, \dots, a$ . 区间数值越大, 表示该区间内的设备相似度越高. 取三角形函数作为区间隶属度函数, 对设备隶属区间 (等级) 进行判定时, 将设备归入隶属度大于 0.5 的区间 (等级). 以某 4 台设备生产线为例进行说明, 假定依据  $M_{i1}$ 、 $M_{i2}$ 、 $M_{i3}$  聚类指标, 可得其相似矩阵如下:

$$I = \begin{bmatrix} 1.0000 & 0.5926 & 0.6914 & 0.9877 \\ 0.5926 & 1.0000 & 0.5185 & 0.7407 \\ 0.6914 & 0.5185 & 1.0000 & 0.8642 \\ 0.9877 & 0.7407 & 0.8642 & 1.0000 \end{bmatrix}$$

进而, 结合设备平均生产力差异情况, 将其论域范围  $[0, 1]$  均匀划分为 3 个区间 (等级), 取三角形函数为区间隶属度函数. 假设已知  $M_1$  所处区域 (等级) 为第 3 等级, 现需确定  $M_2$ 、 $M_3$ 、 $M_4$  所处区域 (等级) 时,  $I_{12} = 0.5926$  对应的区间隶属度值分别为 0.81 和 0.19, 因此  $M_2$  属于第 2 区间.  $I_{13} = 0.6914$  对应的区间隶属度值分别为 0.62 和 0.38, 因此  $M_3$  属于第 2 区间.  $I_{14} = 0.9877$  对应的区间隶属度值分别为 0.97 和 0.03, 因此  $M_4$  属于第 3 区间 (等级), 与  $M_1$  属于同一等级 (如图 3 所示).

2) 生产线递阶分析模型

结合上文设备模糊聚类结果, 从生产线第 1 台设备开始, 首先逐一相邻设备的类别差进行判别, 将生产线相邻设备的类别差小于某个阈值  $\theta$  的生产

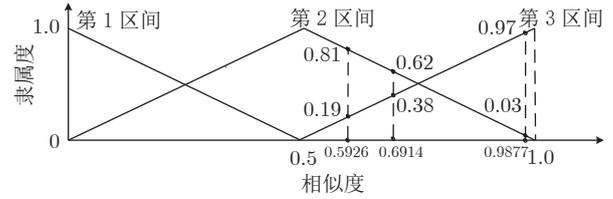


图 3 设备模糊聚类示例  
Fig.3 Example of fuzzy clustering

线作为子系统  $L_1$ , 以此类推, 逐步确定  $L_2, \dots, L_n$  等子系统, 由此可构造出各子系统生产力不同的递阶分析模型, 以利于后续并行寻优时的寻优方向及步长控制. 确定阈值  $\theta$  时, 须结合以下原则:

- a) 如第 2 节所述, 子系统具有最大平均生产力的设备, 其生产力与生产线平衡率的乘积, 以及子系统中平均生产力最低设备的生产力, 均须不小于原生产线系统中具有最低生产力的设备;
- b) 由虚拟生产线  $L_1, L_2, \dots, L_n$  综合而成的等价虚拟设备  $M'_1, M'_2, \dots, M'_n$  所组成的虚拟生产线  $L'_{n+1}$  的规模, 与  $L_1, L_2, \dots, L_n$  相近或相同.

在上述原则基础上, 阈值  $\theta$  越小越好, 因其子系统的平衡率也相应越高, 则其缓冲区容量调整的系统整体特性越好, 有利于后续缓冲区容量寻优. 同时, 在原则 b) 基础上, 若所拆分的子系统数目越多, 则各子系统内的设备规模数就越低, 系统并行寻优的速度越快.

4 初解改进

以往缓冲区容量优化分配问题主要采用平均或随机方式确定初解, 该方式不利于对规模化系统寻优, 因为初解对规模化系统寻优效率有较大影响. 基于此, 本文提出了一种结合混杂生产线系统综合方法逐级确定初解的方法. 该方法利用前人关于双设备生产线以及混杂生产线系统综合方法的相关研究成果, 以原系统中设备的最低平均生产力为条件, 在第 2 节所述将虚拟生产线  $L_1, L_2, \dots, L_n$  逐一综合成“等价”虚拟设备  $M'_1, M'_2, \dots, M'_n$  而构造递阶分析模型的过程中, 逆向求取双设备虚拟生产线中的缓冲区容量, 并逐级扩展到整个系统, 将遍历系统后的最终缓冲区容量值作为系统寻优的初解.

以  $L_1$  为例, 第 2 节将子生产线系统综合成一台虚拟设备的过程为: 首先, 将  $L_1$  中设备  $M_1$ 、缓冲区  $B_1$  和第 2 台设备  $M_2$  综合为一台虚拟设备  $M'_2$ ; 然后, 由虚拟设备  $M'_2$ 、缓冲区  $B_2$  和设备  $M_3$  构成一条新生产线, 再将其综合为虚拟设备  $M'_3$ ; 以此类推, 不断向后综合, 最终将虚拟生产线  $L_1$  综合为一个等效虚拟设备  $M'_1$ . 过程如图 4 所示.

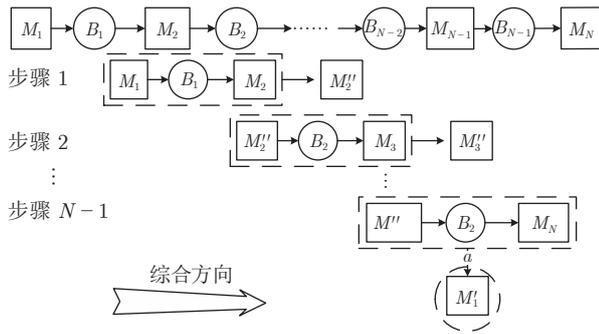


图 4 生产线综合示意图

Fig. 4 Aggregation process of production lines

生产线综合过程,既可以沿生产线从前向后逐步综合,也可从后向前综合或者采取前后混合的方式进行.令系统综合时双设备生产线中上游设备为  $M_j$ ,下游设备为  $M_{j+1}$ ,综合后的虚拟设备最大生产力、故障率、维修率分别为  $S'_{j+1}$ 、 $p'_{j+1}$ 、 $r'_{j+1}$ ,相应等价虚拟设备的性能参数如式(3)~(11)所示,读者可参考文献[9]等.

1) 若  $S_{j+1} = S_j$ ,即相邻两台设备最大生产力相同,则虚拟设备的最大生产力为:

$$S'_{j+1} = \begin{cases} \frac{r_j r_{j+1} a_1}{(p_j + r_j) a_2}, & \frac{p_j}{r_j} \neq \frac{p_{j+1}}{r_{j+1}} \\ \frac{a_3}{(p_{j+1} + r_{j+1})^2 a_4}, & \frac{p_j}{r_j} = \frac{p_{j+1}}{r_{j+1}} \end{cases} \quad (3)$$

式中

$$\begin{aligned} a_1 &= S_j [p_j (p_{j+1} + r_{j+1}) - p_{j+1} p_j + r_j e^{-\beta C_j}] \\ a_2 &= (p_{j+1} + r_{j+1}) (p_j r_{j+1} - p_{j+1} r_j e^{-\beta C_j}) \\ a_3 &= r_{j+1}^2 S_j^2 (r_j + r_{j+1}) + C_j r_j r_{j+1} (p_{j+1} + r_{j+1})^2 \\ a_4 &= S_j (r_j + r_{j+1}) + C_j r_j (p_{j+1} + r_{j+1}) \\ \beta &= \frac{(p_j + r_j + p_{j+1} + r_{j+1}) (p_j r_{j+1} - p_{j+1} r_j)}{(r_j + r_{j+1}) (p_j + p_{j+1}) S_j} \end{aligned}$$

故障率:

$$p'_{j+1} = \frac{b_1}{S_j^2 p_j r_j S'_{j+1} (r_{j+1} + p_{j+1}) + b_2} \quad (4)$$

式中

$$\begin{aligned} b_1 &= r_j S'_{j+1} (S_j - S'_{j+1})^2 (r_j + p_j)^2 (r_{j+1} + p_{j+1}) \\ b_2 &= S_{j+1}^2 r_{j+1} p_{j+1} (r_j + p_j)^2 [S_j r_j - S'_{j+1} (r_j + p_j)] \end{aligned}$$

维修率:

$$r'_{j+1} = \frac{c_1}{S_j^2 p_j r_j S'_{j+1} (r_{j+1} + p_{j+1}) + c_2} \quad (5)$$

式中

$$c_1 = r_j S'_{j+1}^2 (S_j - S'_{j+1}) (r_j + p_j)^2 (r_{j+1} + p_{j+1})$$

$$c_2 = S_{j+1}^2 r_{j+1} p_{j+1} (r_j + p_j)^2 [S_j r_j - S'_{j+1} (r_j + p_j)]$$

2) 若  $S_{j+1} > S_j$ ,即上游设备的生产力小于下游设备生产力,则虚拟设备的最大生产力为:

$$S'_{j+1} = \frac{v_1 + v_2 + v_3}{\tau e^{\gamma_1 C_j} + \psi e^{\gamma_2 C_j} + D e^{-\gamma_2 C_j}} \quad (6)$$

式中

$$v_1 = S_{j+1} \eta_{j+1} \tau e^{\gamma_1 C_j}, \quad v_2 = S_j \eta_j \psi e^{\gamma_2 C_j}$$

$$v_3 = S_j \eta_j D e^{-\gamma_2 C_j}, \quad \eta_j = \frac{r_j}{r_j + p_j}$$

$$\eta_{j+1} = \frac{r_{j+1}}{r_{j+1} + p_{j+1}}, \quad \tau = r_j G^2 + \tau_2$$

$$\tau_2 = r_j G F$$

$$F = [S_j (r_j + r_{j+1} + p_{j+1}) - S_{j+1} (r_j + r_{j+1} + p_j)]$$

$$\psi = \psi_0 [\psi_1 - \psi_2 - G], \quad \psi_0 = r_{j+1} p_j S_{j+1}$$

$$\psi_1 = (S_{j+1} - S_j) (r_j - r_{j+1})$$

$$D = \frac{\eta_{j+1} (S_{j+1} - S_j \eta_j) \tau + S_j \eta_j (1 - \eta_{j+1}) \psi}{S_j \eta_j (\eta_{j+1} - 1)}$$

$$\gamma_1 = \frac{d_1 - d_2}{2 S_j S_{j+1} (r_{j+1} + r_j) (S_j - S_{j+1})}$$

$$d_1 = d_{10} + d_{11}, \quad d_{10} = r_j S_j^2 (r_{j+1} + r_j + p_{j+1})$$

$$d_{11} = r_{j+1} S_{j+1}^2 (r_j + p_j + r_{j+1}), \quad d_2 = d_{20} + d_{21}$$

$$d_{20} = S_{j+1} S_j [(r_j + r_{j+1})^2]$$

$$d_{21} = (r_j + r_{j+1}) (p_j + p_{j+1}) + r_j p_{j+1} + r_{j+1} p_j]$$

$$\gamma_2 = \frac{(S_j r_j + S_{j+1} r_{j+1}) G}{2 S_j S_{j+1} (r_{j+1} + r_j) (S_{j+1} - S_j)}$$

$$G = \sqrt{d_3 + 4 S_j S_{j+1} p_j p_{j+1}}$$

$$d_3 = S_j (r_{j+1} + r_j + p_{j+1}) - S_{j+1} (r_j + p_j + r_{j+1})$$

故障率:

$$p'_{j+1} = \frac{g_1}{S_j^2 p_j r_j S'_{j+1} (r_{j+1} + p_{j+1}) + g_4} \quad (7)$$

式中

$$g_1 = r_j S'_{j+1} (S_j - S'_{j+1})^2 (r_j + p_j)^2 (r_{j+1} + p_{j+1})$$

$$g_4 = S_{j+1}^2 r_{j+1} p_{j+1} (r_j + p_j)^2 [S_j r_j - S'_{j+1} (r_j + p_j)]$$

维修率:

$$r'_{j+1} = \frac{m_1}{S_j^2 p_j r_j S'_{j+1} (r_{j+1} + p_{j+1}) + m_2} \quad (8)$$

式中

$$m_1 = r_j S'_{j+1}^2 (S_j - S'_{j+1}) (r_j + p_j)^2 (r_{j+1} + p_{j+1})$$

$$m_2 = S_{j+1}^2 r_{j+1} p_{j+1} (r_j + p_j)^2 [S_j r_j - S'_{j+1} (r_j + p_j)]$$

3) 若  $S_{j+1} < S_j$ , 即上游设备的生产力大于下游设备生产力, 则虚拟设备的最大生产力为:

$$S'_{j+1} = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{\tau e^{\gamma_1 C_j} + \psi e^{\gamma_2 C_j} + D e^{-\gamma_2 C_j}} \quad (9)$$

式中

$$x_1 = S_j \eta_j \tau e^{\gamma_1 C_j}$$

$$x_2 = S_{j+1} \eta_{j+1} \psi e^{\gamma_2 C_j}$$

$$x_3 = S_{j+1} \eta_{j+1} D e^{-\gamma_2 C_j}$$

$$\eta_j = \frac{r_j}{r_j + p_j}$$

$$\eta_{j+1} = \frac{r_{j+1}}{r_{j+1} + p_{j+1}}$$

$$\tau = r_j G^2 + \tau_1$$

$$\tau_1 = r_j G F$$

$$F = G[S_j(r_j + r_{j+1} + p_{j+1}) - S_{j+1}(r_j + r_{j+1} + p_j)]$$

$$\psi = r_j p_{j+1} S_j [\psi_1 - \psi_2 + G]$$

$$\psi_2 = S_{j+1} p_j + S_j p_{j+1}$$

$$\psi_1 = (S_j - S_{j+1})(r_j - r_{j+1})$$

$$\gamma_1 = \frac{n_1 - n_2}{2S_j S_{j+1}(r_{j+1} + r_j)(S_{j+1} - S_j)}$$

$$n_1 = n_{11} + n_{12}$$

$$n_{11} = r_j S_j^2 (r_{j+1} + r_j + p_{j+1})$$

$$n_{12} = r_{j+1} S_{j+1}^2 (r_j + p_j + r_{j+1})$$

$$n_2 = n_{21} + n_{22}$$

$$n_{21} = S_{j+1} S_j (r_j + r_{j+1})^2$$

$$n_{22} = (r_j + r_{j+1})(p_j + p_{j+1}) + r_j p_{j+1} + r_{j+1} p_j$$

$$\gamma_2 = \frac{(S_j r_j + S_{j+1} r_{j+1}) G}{2S_j S_{j+1}(r_{j+1} + r_j)(S_{j+1} - S_j)}$$

故障率:

$$p'_{j+1} = t_1 \cdot \frac{(t_2 - t_3)^2}{t_4 \cdot (t_5 + t_6)} \quad (10)$$

式中

$$t_1 = S_j r_j S'_{j+1} (r_j + p_j)^2 (r_{j+1} + p_{j+1})$$

$$t_2 = p_j S_j^2 + r_j S_j S_{j+1} + S'_{j+1} (r_j + p_j) (S_j - S_{j+1})$$

$$t_3 = S'_{j+1} (r_j + p_j) S_j$$

$$t_4 = p_j S_j^2 + r_j S_j S_{j+1} + S'_{j+1} (r_j + p_j) (S_j - S_{j+1})$$

$$t_5 = S_j^2 p_j r_j S'_{j+1} (r_{j+1} + p_{j+1})$$

$$t_6 = S_{j+1} r_{j+1} p_{j+1} (r_j + p_j)^2 (S_j r_j - S'_{j+1} (r_j + p_j))$$

维修率:

$$r'_{j+1} = z_1 \cdot \frac{z_2 - z_3}{z_4 \cdot (z_5 + z_6)} \quad (11)$$

式中

$$z_1 = S_j r_j S'_{j+1} (r_j + p_j)^2 (r_{j+1} + p_{j+1})$$

$$z_2 = p_j S_j^2 + r_j S_j S_{j+1} + S'_{j+1} (r_j + p_j) (S_j - S_{j+1})$$

$$z_3 = S'_{j+1} (r_j + p_j) S_j$$

$$z_4 = p_j S_j^2 + r_j S_j S_{j+1} + S'_{j+1} (r_j + p_j) (S_j - S_{j+1})$$

$$z_5 = S_j^2 p_j r_j S'_{j+1} (r_{j+1} + p_{j+1})$$

$$z_6 = S_{j+1} r_{j+1} p_{j+1} (r_j + p_j)^2 [S_j r_j - S'_{j+1} (r_j + p_j)]$$

以下说明如何确定初解: 假定原系统中设备最低独立平均生产力为  $e_{\min}$ , 首先在图 4 所示步骤 1 过程中, 将  $e_{\min}$  作为虚拟设备生产力, 代入相应虚拟设备生产力公式, 反向求取  $B_1$  缓冲区容量  $C_1$ ; 以此类推, 将  $e_{\min}$  分别作为各虚拟设备的生产力参数反向确定相应缓冲区的容量, 直至覆盖全系统, 按此方式确定缓冲区容量, 将其作为初解. 按此方式确定的缓冲区容量初解, 更接近于全局最优解, 利于加快规模化系统的寻优效率. 之所以将  $e_{\min}$  作为虚拟设备生产力参数代入相应生产线设备综合公式反向求取的缓冲区容量更接近于全局最优解, 是因各个缓冲区容量若为无限情况下, 原系统的生产效率由生产效率最低的瓶颈设备决定, 因此若系统缓冲区总容量为无穷大或足够大, 则系统稳态生产力即为  $e_{\min}$ , 其他情况则是无限接近  $e_{\min}$  或无限接近小于  $e_{\min}$  的某个数值. 因此, 按  $e_{\min}$  分阶段逆向确定的缓冲区容量初解, 较传统方式更接近最优解.

值得注意的是, 受一定缓冲区总容量的条件限制, 若初解的总容量大于容量条件值, 则在各子系统并行寻优时, 可按照子系统的阶次等级并参考  $e_{\min}$  及生产线平衡情况, 由高向低的等级顺序去除多余的容量. 上述操作反映到相关子系统内部, 也是参考相邻设备的相似性或平衡性高低情况, 按由高到低的顺序去除多余容量. 当达到容量条件后, 寻优方向及寻优步长控制 (包括各子系统间及子系统内部) 同样参考上述原则对容量进行调整, 直至各子系统稳态生产力相同或在允许误差内.

## 5 改进型禁忌搜索算法

对于子系统并行寻优, 本文提出一种改进型禁忌搜索算法, 该算法在文献 [13] 的研究成果上, 进一步改进其邻域结构设计和种群更新策略. 考虑缓冲区容量中零件的整数型特点, 本文以种群中各组缓冲区容量配置为禁忌对象, 采用自然数编码方式, 即若缓冲区 1~5 的缓冲区容量分别为  $C_1$ 、 $C_2$ 、 $C_3$ 、 $C_4$  和  $C_5$ , 则其解为  $C = \{C_1, C_2, C_3, C_4, C_5\}$ ; 解码为编码的逆过程, 即若获得解  $C = \{C_1, C_2, C_3, C_4,$

$C_5\}$ , 则表示缓冲区 1~5 的缓冲区容量分别为  $C_1$ 、 $C_2$ 、 $C_3$ 、 $C_4$  和  $C_5$ . 借鉴文献 [13] 的研究成果, 禁忌长度 (Tabu tenure, tt) 取  $tt = \sqrt{w}$  ( $w$  为邻域空间解的个数). 下面详述本文主要改进思路.

### 5.1 邻域结构设计

一般禁忌搜索算法在更新解空间时, 采用固定步长方式确定所有可能邻域解, 考虑本文问题特点, 结合设备模糊聚类后相邻设备隶属区间的等级差, 本文采用构造动态步长的方式, 更新领域空间, 即当利用生产线系统性能评价技术对初始种群进行评价后, 将评价指标最高的解加入禁忌列表作为候选解, 在更新禁忌列表时, 依据生产线相邻设备隶属区间的等级差引入动态步长  $d$  ( $d$  为整数) 调整缓冲区容量, 以提高邻域解质量, 从而提高算法寻优效率. 动态步长  $d$  的设置原则如下:

1) 根据缓冲区相邻设备的模糊聚类结果设置动态步长  $d$ , 若二者相差较大, 则二者之间的缓冲区容量调整步长  $d$  亦越大; 若二者相差较小, 则调整步长  $d$  也越小.

2) 缓冲区容量调整方向为增加还是降低, 依据有利于提高生产线整体平衡性的原则进行, 即由平衡性高的生产线部分向平衡性低的生产线部分进行余量调整.

按上文所述获得初解后, 系统缓冲区总容量可能大于总缓冲区容量的条件要求, 因此前期缓冲区容量调整以减少为主, 直至达到可用容量条件. 待达到可用容量条件值后, 子系统间寻优时, 由高阶系统即生产力高的子系统向低阶系统即系统生产力低的子系统进行缓冲区容量分配倾斜或调整. 子系统内部由相邻设备相似度较高或与前后相邻设备组成双设备生产线后生产力较高的缓冲区, 向相邻设备相似度较低或与其组成双设备生产线后生产力相对较低的缓冲区进行容量分配倾斜或调整.

### 5.2 种群变异操作

一般禁忌搜索算法在一定概率  $p_i$  下通过随机确定并互换禁忌对象  $x$ 、 $y$  两个位置完成变异操作, 以增强全局搜索能力. 由于本文问题为规模化的组合优化问题, 若按上述仅交换两个位置的变异操作方式产生新解时, 从系统整体而言, 扰动性不够. 基于此, 本文在一定概率  $p_i$  下通过将  $x$ 、 $y$  间的所有位置的序列在原基础之上, 进行逆序排列完成变异操作, 这样既可以保留候选解的信息, 又可以增强解的扰动性, 增强了全局寻优能力. 技术实践表明, 该种方式较传统方式对本问题的寻优效率更高. 另外, 概率  $p_i$  值则依据问题规模确定, 若系统规模大,

其值选择较大一点为宜; 若系统规模小, 则选择较小为宜, 以利于寻优.

## 6 收敛性证明

令  $L_1, L_2, \dots, L_n$  以及  $L'_{n+1}$  等  $n+1$  个虚拟生产线系统, 在第  $\xi$  次缓冲区容量寻优调整时, 若生产线  $L_i$  缓冲区容量配置为  $C_i^\xi$  ( $C_i^\xi \neq 0$ ), 其系统生产力为  $f_i(C_i^\xi)$ , 其中  $i = 1, 2, \dots, n, n+1$ ; 令原生产线设备中具有最低平均生产力的设备生产力为  $S_{\min} = \min\{S_i r_i / (r_i + p_i), i = 1, 2, \dots, N\}$ , 则有以下命题结论成立.

**命题 1.** 本文缓冲区容量优化分配技术算法收敛.

**证明.** 考虑本文技术特点, 证明上述结论等价于证明以下 2 个子命题: 1) 在  $L_1, L_2, \dots, L_n$  及  $L'_{n+1}$  等  $n+1$  个虚拟生产线系统并行寻优时, 若可分配缓冲区容量  $U$  足够大, 则各子系统的生产力趋于某稳态值, 即存在  $\lim_{\xi \rightarrow \infty} |f_i(C_i^\xi) - f_j(C_j^\xi)| \leq \varepsilon$ ,  $i, j \in \{1, 2, \dots, n, n+1\}$ , 其中,  $\varepsilon$  为一极小的允许误差; 2) 在各子系统内部寻优时, 改进禁忌搜索算法收敛.

1) 证明第 1 个子命题

假设生产线  $L_i, i \in \{1, 2, \dots, n, n+1\}$  中设备数为  $m$ , 对  $L_i$  而言:

因为, 在其他条件一定时, 若其可分配缓冲区容量为无穷, 则其系统稳态生产力  $\lim_{\xi \rightarrow \infty} f_i(C_i^\xi) = \min\{e_i = S_i r_i / (r_i + p_i), i = 1, 2, \dots, m\}$ , 若其可分配缓冲区容量为 0, 则有  $\min\{S_i, i = 1, 2, \dots, m\} \prod_{i=1}^m (r_i / (r_i + p_i)) \leq \lim_{\xi \rightarrow \infty} f_i(C_i^\xi)$  成立, 式中  $\prod_{i=1}^m (r_i / (r_i + p_i))$  为各设备的效率乘积.

所以, 对非无穷的有限可分配缓冲区容量, 有下式成立:

$$\min\{S_i, i = 1, 2, \dots, m\} \prod_{i=1}^m \frac{r_i}{r_i + p_i} \leq \lim_{\xi \rightarrow \infty} f_i(C_i^\xi) \leq \min\{e_i = \frac{S_i r_i}{r_i + p_i}, i = 1, 2, \dots, m\}$$

以下仅对  $\min\{S_i, i = 1, 2, \dots, m\} \prod_{i=1}^m (r_i / (r_i + p_i)) \leq S_{\min}$  的情况进行讨论说明: 因为若  $\min\{S_i, i = 1, 2, \dots, m\} \prod_{i=1}^m (r_i / (r_i + p_i)) > S_{\min}$ , 则参考第 2 节所述生产线递阶分解并行寻优技术原则及缓冲区容量无限情况下系统生产力的决定性设备因素, 其最优缓冲区分配容量为零, 也即对该子系统缓冲区不分配容量, 而将可分配缓冲区容量分配给其他子系统, 这不符合命题条件. 实际上, 由于该子系统最优容量已知 (为 0), 因此在并行寻优时并不包括该

子系统,故本文此处仅分析讨论  $C_i^\xi \neq 0$  条件下的并行寻优情况.

显然,在  $\min\{S_i, i = 1, 2, \dots, m\} \prod_{i=1}^m (r_i/(r_i + p_i)) \leq S_{\min}$  情况下,对  $L_1, L_2, \dots, L_n$  和  $L'_{n+1}$  等子系统:

a) 若生产线  $L_i$  中的最低平均设备生产力  $\min\{e_i = S_i r_i/(r_i + p_i), i = 1, 2, \dots, m\} > S_{\min}$ , 则一定存在一个足够小的缓冲区容量配置  $C_i^\xi \neq 0$ , 使生产线  $L_i$  的系统稳态生产力  $\lim_{\xi \rightarrow \infty} |f_i(C_i^\xi) - S_{\min}| \leq \varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_1$  为某一极小值, 即:

$$S_{\min} - \varepsilon_1 \leq \lim_{\xi \rightarrow \infty} f_i(C_i^\xi) \leq \varepsilon_1 + S_{\min} \quad (12)$$

b) 若其中生产线  $L_j$  的最低平均设备生产力  $\min\{e_i = S_i r_i/(r_i + p_i), i = 1, 2, \dots, m\} = S_{\min}$ , 即该子系统中包含原系统具有最低生产力的设备, 则也一定存在一个足够大的缓冲区容量配置  $C_j^\xi \neq 0$  使得  $\lim_{\xi \rightarrow \infty} |f_j(C_j^\xi) - S_{\min}| \leq \varepsilon_2$ ,  $\varepsilon_2$  为某一极小值, 即:

$$S_{\min} - \varepsilon_2 \leq \lim_{\xi \rightarrow \infty} f_j(C_j^\xi) \leq \varepsilon_2 + S_{\min} \quad (13)$$

考虑  $L_1, L_2, \dots, L_n$  以及  $L'_{n+1}$  等子系统不外乎属于上述 2 种情况, 不失一般性, 由减式 (13) 加式 (12) 可得:  $-\varepsilon_1 - \varepsilon_2 \leq \lim_{\xi \rightarrow \infty} f_i(C_i^\xi) - \lim_{\xi \rightarrow \infty} f_j(C_j^\xi) \leq \varepsilon_1 + \varepsilon_2$ , 令  $\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$ , 即  $\lim_{\xi \rightarrow \infty} |f_i(C_i^\xi) - f_j(C_j^\xi)| \leq \varepsilon$ ,  $i, j \in \{1, 2, \dots, n, n+1\}$  成立.

**注 1.** 若可分配缓冲区容量  $U$  未达到足够大条件, 则有  $\lim_{\xi \rightarrow \infty} |f_i(C_i^\xi) - f_j(C_j^\xi)| \leq H$ ,  $i, j \in \{1, 2, \dots, n, n+1\}$ , 式中  $H$  为某一个常量. 显然按上述生产线递阶分解建模并行寻优技术的缓冲区容量调整原则即寻优时由高阶系统(生产力高的子系统)向低阶系统(生产力低的子系统)进行缓冲区容量分配倾斜, 考虑生产线平衡性原则, 本文生产线递阶分解建模并行寻优技术, 得到的依然是在可分配容量限制性条件下的最优分配解. 并且由于本文对子系统采取按平衡性大小进行递阶建模的原则, 且子系统数量  $n$  可调节, 因此在实际操作中  $H$  并不大.

2) 证明第 2 个子命题, 即在子系统内部寻优时, 改进的禁忌搜索算法收敛.

考虑传统禁忌搜索算法特点, 即须证明可行域中的任意一个解在一定概率意义下通过本文算法可达, 同时寻优过程满足单调递减要求. 其结果是显然的, 证明过程如下.

a) 假设  $L_i$  为具有  $m$  台设备、 $m-1$  个缓冲区的某子生产线系统, 可分配最大缓冲区容量为  $U$ , 则其任意一个解为总量为  $U$  的  $m-1$  个数的一种组

合(有  $(C_U^1)^{m-1}$  种组合).

因为, 改进禁忌搜索算法的禁忌对象中, 每个位置对应一个缓冲区, 在编码时采用自然数编码, 且每个位置的最大允许值为  $U$ .

所以, 当  $C_i^\xi (C_i^\xi \neq 0)$  为可分配缓冲区容量为  $U$  条件下在  $T_i$  时刻的一个缓冲区容量配置解时, 若  $C_j^\xi (C_j^\xi \neq 0)$  为可分配缓冲区容量最大为  $U$  条件下  $T_j (j > i)$  时刻的任意一个可行解, 则  $C_i^\xi (C_i^\xi \neq 0)$  在  $(1/U)^{m-1}$  概率下可到达  $C_j^\xi (C_j^\xi \neq 0)$ .

b) 由于禁忌搜索算法是通过将领域空间中的最优解加入禁忌列表的方式更新种群, 并对更新后的种群重新生成领域空间并搜索, 若在领域空间发现一个较优解则更新禁忌列表, 结合变异操作如此反复进行, 不断搜索解空间, 显然该种群更新策略保证了禁忌列表中子代种群要优于父代种群, 即其寻优过程为一单调递减过程.  $\square$

## 7 技术流程与伪代码

本文规模化生产线递阶分解建模并行寻优技术的技术流程见图 5.

### 算法 1. HDMPOT 伪代码

作用. 递阶分解并行优化技术.

输入.  $N, U, p, r, S, \text{Maxgen}, Z, \varepsilon, H, p_i$ .

- 1)  $a \leftarrow \text{fuzzyclustering}(p, r, S, N)$ ; % 调用子程序将设备聚类为  $a$  个区间;
- 2)  $\theta \leftarrow \text{threshold}(a, N)$ ; % 调用子程序确定阈值  $\theta$ ;
- 3)  $(n, h) \leftarrow \text{hierarchical-modeling}(a, N, \theta)$ ; % 调用子程序确定子系统数量  $n$  以及生产力阶次  $h$ ;
- 4)  $C_0 \leftarrow \text{aggregation-method}(p^n, r^n, S^n, n, h, U)$ ; % 调用系统综合方法生成初解;
- 5) for  $i \leftarrow 1$  to  $N$ ;
- 6)  $(r'(i), p'(i), S'(i)) \leftarrow \text{homogeneous}(r, p, S)$ ; % 调用相似转换子程序进行相似转换;
- 7) end for;
- 8) while  $\varepsilon \leq \text{dertf}(C)$  or  $H \leq \text{dertf}_H(C)$  or  $\text{gen} \leq \text{Maxgen}$ ; % 本代或与上一代比较子系统生产力差异是否在允许误差内, 或达到设定迭代次数;
- 9) parfor  $j \leftarrow 1$  to  $n+1$ ;
- 10) while  $ii \leq \max ii$ ;
- 11)  $\text{Chrom} \leftarrow \text{neighbourhood}(C_j, d)$ ; % 调用子程序生成邻域空间;
- 12) for  $i \leftarrow 1$  to  $Z$ ;
- 13)  $C_i \leftarrow \text{Chrom}(i, :)$ ;
- 14)  $(f_i(C), C) \leftarrow \text{decomposition}(r'(i), p'(i), C_i, S'(i), U_j)$ , 分解方法子程序进行性能评价;
- 15) end for;

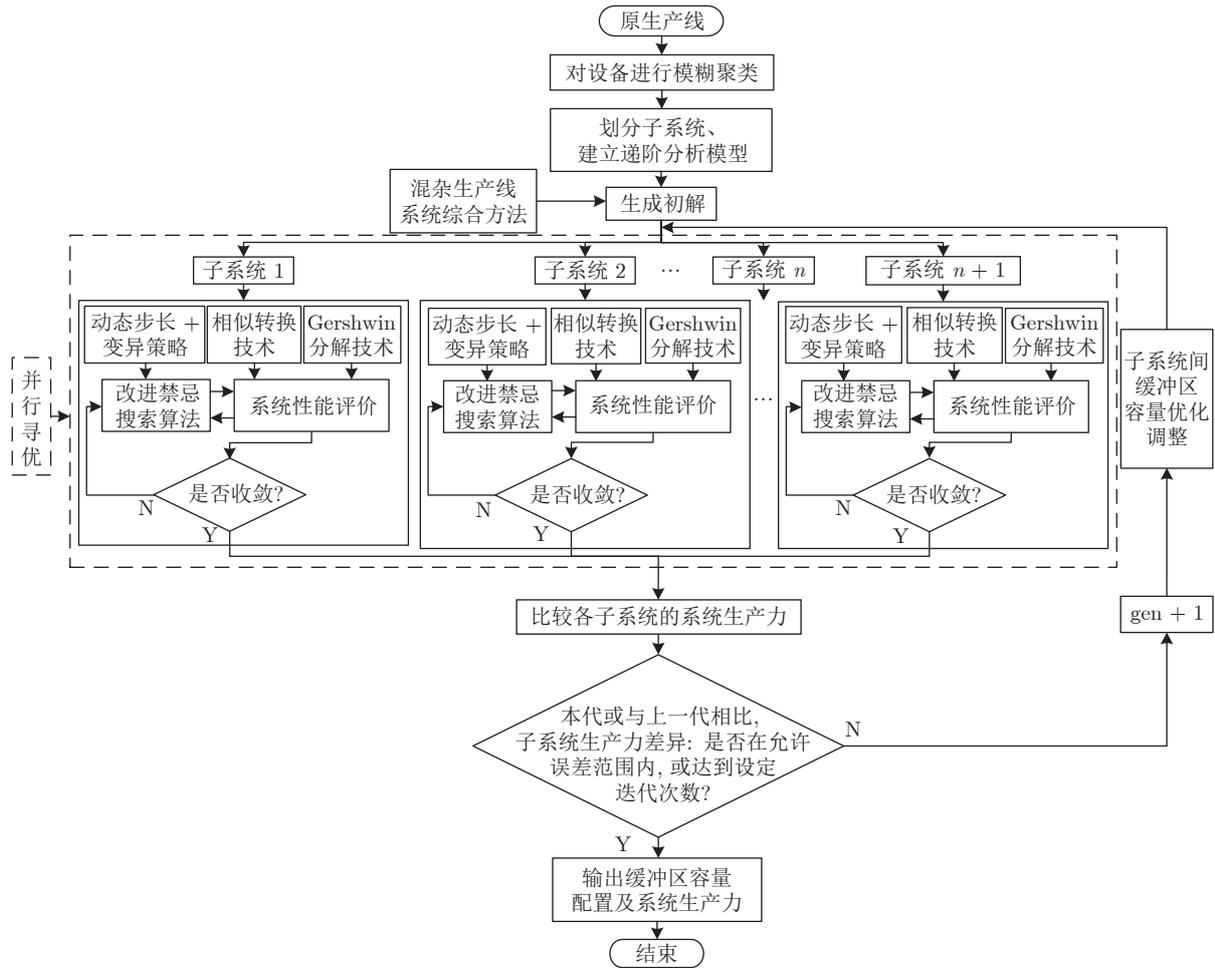


图 5 HDMPTOT 技术流程图  
Fig.5 Flow chart of HDMPTOT

16) if  $p_i \geq \text{rand}(p)$ ;  
 17)  $\text{Chrom}(C') \leftarrow \text{mut}(C)$ ; % 调用子程序执行变异操作.  
 18)  $(f_i(C'), C') \leftarrow \text{decomposition}(r'(i), p'(i), C', S'(i), U_j)$ ;  
 19) end if;  
 20)  $\text{tt} \leftarrow \text{sqrt}(Z \cdot (Z - 1))$ ;  
 21)  $\text{TL} \leftarrow \text{Tabulist}(C, \max f(C))$ ;  
 22)  $\text{ii} \leftarrow \text{ii} + 1$ ;  
 23) end while;  
 24) end parfor;  
 25)  $\text{dertf}(C) \leftarrow \max(f_j(C)) - \min(f_j(C))$ ; % 本代子系统生产力比较;  
 26) for  $i \leftarrow 1$  to  $n + 1$ ;  
 27)  $\text{dertf}_H(C) \leftarrow \max(f_j(C_i) - f_{j-1}(C_i))$ ; % 与上一代比较子系统生产力差异;  
 28) end for;  
 29)  $\text{gen} \leftarrow (\text{gen} + 1)$ ; % 迭代次数加 1;  
 30)  $U_j' \leftarrow \text{Hierarchy-control}(f_j(C), h)$ ; % 调用子程序调

整子系统间缓冲区容量;  
 31) end while;  
 32) Output  $f(C), C$ .

### 8 算法

本文技术算法步骤如下:

**步骤 1.** 初始化. 输入原生产线参数.

**步骤 2.** 建立参数矩阵  $M$ , 并对其中三个聚类指标按式 (2) 确定相似系数  $I_{ij}$ , 建立相似矩阵  $I$ ; 调用模糊聚类子程序, 将设备划分为  $a$  个区间.

**步骤 3.** 依据第 3 节的生产线递阶分析模型中原则, 确定阈值  $\theta$ , 把原生产线划分为  $n$  段, 并依据  $\min\{e_i = S_i r_i / (r_i + p_i), i = 1, 2, \dots, m\}$  确定阶次  $h$ , 建立生产线递阶分析模型.

**步骤 4.** 依据式 (3) ~ (11), 获得初解  $C_0$ .

**步骤 5.** 调用相似转换技术对各子系统进行相似转换, 获得  $r, p, S$  等转换后相似生产线的各设备参数.

**步骤 6.**  $n + 1$  个子系统并行调用改进禁忌搜索算法与系统性能评价技术, 确定各子系统  $C_j$  及相应的  $f_j(C)$ .

a) 调用禁忌列表, 确定子系统  $j$  中当前缓冲区配置  $C_j$  和  $f_j(C)$ .

b) 计算相邻设备的所属类别差, 调用邻域结构设计 neighbourhood 子程序, 构造动态步长  $d$  生成邻域空间 Chrom, 并调用 Gershwin 系统性能评价技术, 确定当前最优解  $C_j$  及  $f_j(C)$ .

c) 判断是否满足  $p_i \geq \text{rand}$ , 若是, 则调用种群变异策略子程序, 生成变异种群确定其中最优配置  $C'_j$  和  $f'_j(C)$ , 并令  $f_j(C) = \max\{f'_j(C), f_j(C)\}$ , 确定相应的缓冲区容量配置为  $C_j$  后到步骤 d); 否则, 转至步骤 d).

d) 判断是否满足  $\max f_j(C) \geq f_j(C)$ . 若是, 则转至步骤 e); 否则, 执行  $\max f_j(C) = f_j(C)$  更新禁忌列表后, 转至步骤 e).

e) 判断子系统  $j$  中是否收敛. 若是, 则到步骤 f); 否则, 返回步骤 a).

f) 确定子系统  $j$  中最佳解  $C_j$  和  $f_j(C_j)$ .

**步骤 7.** 判断是否满足本代或与上一代比较子系统生产力差异 ( $\text{dert}f(C)$  或  $\text{dert}f_H(C)$ ) 是否在允许误差 (极小值  $\varepsilon$  或常量  $H$ ) 内, 或达到设定迭代次数 Maxgen. 若是, 则直接到步骤 9; 否则, 转至步骤 8.

**步骤 8.**  $\text{gen} + 1$ , 按阶次  $h$  从高阶子系统向低阶子系统调整子系统间缓冲区容量  $U_j$ , 返回步骤 6.

**步骤 9.** 确定最终缓冲区容量配置  $C$  和  $f(C)$ .

## 9 生产线性能评价技术

在各子系统并行寻优时, 本文主要采用 Gershwin 分解技术方法<sup>[8]</sup> 对解进行评价. 其主要思想是将一条具有  $N$  台设备的相似性生产线  $L$  转换成  $N - 1$  条由上游设备  $M_u(i)$ 、下游设备  $M_d(i)$  和中间缓冲区为  $B_i, i \in \{1, 2, \dots, N - 1\}$  组成的双设备生产线  $L(i), i \in \{1, 2, \dots, N - 1\}$ , 上游虚拟设备  $M_u(i)$  模拟原生产线  $L$  中缓冲区  $B_i$  的上游部分生产线基本特性, 下游虚拟设备  $M_d(i)$  模拟原生产线  $L$  中缓冲区  $B_i$  的下游部分生产线特性. 通过迭代算法不断调整虚拟设备的性能参数, 使双设备生产线特性具备原始生产线的基本特征, 从而获得原系统的系统生产力等性能参数. 下面以图 6 所示的三机两缓冲区为例进行简要说明.

如图 6 所示, 将生产线  $L$  分解为子生产线  $L(1)$  和  $L(2)$ ,  $S_1 = S_2 = S_3$ . 子生产线中  $p_i(j), i \in \{u, d\}, j \in \{1, 2\}$  为故障率,  $r_i(j), i \in \{u, d\}, j \in \{1, 2\}$  为

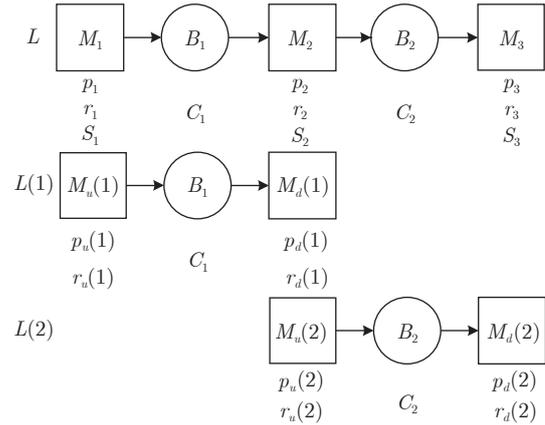


图 6 分解方法示意图

Fig. 6 Schematic diagram of decomposition method

维修率; 下标  $u$  和  $d$  分别表示生产线  $L(i)$  中的上游虚拟设备和下游虚拟设备. 分解方法主要步骤如下:

**步骤 1.** 初始化. 令  $p_u(1) = p_1, r_u(1) = r_1, p_d(2) = p_3, r_d(2) = r_3, p_d(1) = p_2, r_d(1) = r_2$ .

**步骤 2.** 计算  $M_u(2)$  的故障率  $p_u(2)$ 、维修率  $r_u(2)$  使生产线  $L(1)$ 、 $L(2)$  的性能与原生产线性能一样.

**步骤 3.** 根据  $M_u(1)$ 、 $M_u(2)$ 、 $M_d(2)$  参数计算  $M_d(1)$  的参数, 并返回步骤 2 进行计算, 直至系统参数收敛.

更多技术细节可参考文献 [8]. 值得注意的是, 由于 Gershwin 分解技术只适于处理相似型生产线系统, 而本文研究对象为非相似型生产线, 因此在利用 Gershwin 分解技术对各子系统的解进行系统评价前, 需要将非相似型生产线转换成相似型生产线, 相关转换技术可参考文献 [27].

## 10 仿真实验

### 10.1 仿真环境及结果

本文仿真环境设置如下: 处理器为 Intel(R) Core(TM)i3-3240 CPU@3.40 GHz, (Optiplex 3010) Windows7 旗舰版 32 位操作系统, Matlab 2012a 软件.

为方便对比, 本文分别以表 1、表 2、表 3 中具有 50 台、80 台、120 台设备的生产线  $L_1$ 、 $L_2$ 、 $L_3$  为例, 对传统禁忌搜索算法、自适应禁忌搜索算法 (Adaptive tabu search, ATS) 和本文技术 HDM-POT 进行对比测试, 缓冲区总容量分别设定为 250、400、1150, 缓冲区容量分配结果如表 4、表 5、表 6 所示; 系统稳态生产力与寻优时间对比如表 7 所示. 本文进行大量仿真实验, 以表 1、表 2、表 3 生产线

模型为例进行说明; 由于设备数较多, 相关设备参数或仿真结果以“-”分隔按顺序列出, 如表 1 中的参数首行起始“1-2-1”表示第 1 台、第 2 台、第 3 台设备的故障率, 其他以此类推.

### 10.2 分析与讨论

#### 1) 分配精度

由表 7 可见, 当系统规模分别为 50 台、80 台或 120 台时, 由本文技术确定的缓冲区容量配置所得系统稳态生产力相对较高. 对  $L_1$  而言, HDM-POT 分配缓冲区容量后系统生产力较 ATS 提高了 4.84%, 较 STS 提高了 5.78%; 对  $L_2$  而言, HDM-POT 分配缓冲区容量后系统生产力较 ATS 提高

了 7.11%, 较 STS 提高了 10.78%; 对  $L_3$  而言, STS 和 ATS 均未收敛至稳态值. 表 7 为达到最大截止代数 1000 时的数据, 实验结果表明, 当增大截止代数至 1500 代时, STS 和 ATS 依然未收敛. HDM-POT 分配缓冲区容量后系统生产力较 ATS 提高了 14.57%, 较 STS 提高了 21.83%. 并且, 仿真实践表明, 随着生产线规模的增大, HDM-POT 的技术优势越明显. 这是因为生产线缓冲区容量优化分配问题本身为一个组合优化问题, 随着生产线规模的增大, 其优化组合方式 (或解空间) 也呈指数级增大, 而本文技术将原规模化系统拆分成  $n + 1$  个子系统. 通过对子系统寻优来构造原始系统的渐近最优解. 子系统设备规模越低, 对系统解的分析或容

表 1 生产线  $L_1$  设备参数  
Table 1 Machine parameters of production line  $L_1$

参数类型	设备参数
$p_i (10^{-3})$	1-2-1-1.5-3-4-1-1-2-3-2-2-1-2.5-3-2-1-3-10-15-1-2-1-1.5-3-4-1-1-2-3-2-2-1-2.5-3-2-1-3-10-15-15-3-4-12-20-20-5-10-6-10
$r_i (10^{-3})$	5-6-10-4-6-8-8-4-6-1-10-4-6-8-4-6-1-10-20-3-5-6-10-4-6-8-8-4-6-1-10-4-6-8-4-6-1-10-20-3-2-4-6-2-8-7-5-4-6-8
$S_i$	8-6-7-10-5-12-14-12-10-6-8-7-11-10-10-9-4-12-11-9-8-6-7-10-5-12-14-12-10-6-8-7-11-10-10-9-4-12-11-9-7-12-12-9-12-10-15-12-13-6

表 2 生产线  $L_2$  设备参数  
Table 2 Machine parameters of production line  $L_2$

参数类型	设备参数
$p_i (10^{-3})$	1.5-2.5-1-3-2-1-2-3-2-2-1-2-1-1-2-1-2-2-2-1-1-2-1-1.5-3-4-1-1-2-3-2-2-1-2. 5-3-2-1-3-10-15-50-20-10-14-16-2-3-20-3-5-15-3-4-12-20-20-5-10-6-10-2-1-4-3-4-3-2-2-3-1-5-3-5-6-4-3-2-5-3-4
$r_i (10^{-3})$	2-2-1-2.5-3-2-1-3-10-15-1-2-1-1.5-3-4-1-1-2-3-5-6-10-4-6-8-8-4-6-1-10-4-6-8-4-6-1-10-20-3-4-6-1-10-15-3-4-12-20-8-2-4-6-2-8-7-5-4-6-8-5-6-10-4-6-8-7-7-5-4-5-4-20-6-7-8-5-15-6-2
$S_i$	8-7-11-10-10-9-4-12-11-9-8-6-7-10-5-12-14-12-10-6-8-6-7-10-5-12-14-12-10-6-8-7-11-10-10-9-4-12-11-9-15-11-10-3-13-9-8-11-8-7-7-12-12-9-12-10-15-12-13-6-8-12-12-13-14-10-10-14-12-11-9-14-11-8-10-7-8-10-9-7

表 3 生产线  $L_3$  设备参数  
Table 3 Machine parameters of production line  $L_3$

参数类型	设备参数
$p_i (10^{-3})$	2-1-4-3-4-3-2-2-3-1-5-3-5-6-4-3-2-5-3-4-50-20-10-14-16-2-3-20-3-5-15-3-4-12-20-20-5-10-6-10-1-2-1-1.5-3-4-1-1-2-3-2-2-1-2.5-3-2-1-3-10-15-1.5-2.5-1-3-2-1-2-3-2-2-1-2-1-1-2-1-2-2-2-1-2-1-4-3-4-3-2-2-3-1-5-3-5-6-4-3-2-5-3-4-1-2-1-1-2-1-2-2-2-1-1-2-1-1.5-3-4-1-1-2-3
$r_i (10^{-3})$	5-6-10-4-6-8-7-7-5-4-5-4-20-6-7-8-5-15-6-2-4-6-1-10-15-3-4-15-20-8-2-4-6-2-8-7-5-4-6-8-5-6-10-4-6-8-8-4-6-1-10-4-6-8-4-6-1-10-20-3-2-2-1-2.5-3-2-1-3-10-15-1-2-1-1.5-3-4-1-1-2-3-4-6-1-10-15-3-4-12-20-8-2-4-6-2-8-7-5-4-6-8-1-2-1-1.5-3-4-1-1-2-3-4-6-1-10-15-3-4-12-20-8
$S_i$	8-12-12-13-14-10-10-14-12-11-9-14-11-8-10-7-8-10-9-7-15-11-10-3-13-9-8-11-8-7-7-12-12-9-12-10-15-12-13-6-8-6-7-10-5-12-14-12-10-6-8-7-11-10-10-9-4-12-11-8-7-11-10-10-9-4-12-11-9-8-6-7-10-5-12-14-12-10-6-7-12-12-9-12-10-15-12-13-6-15-11-10-3-13-9-8-11-8-7-7-12-12-9-12-10-15-12-13-6-8-7-11-10-10-9-4-12-11-9

表 4 生产线  $L_1$  缓冲区分配结果  
Table 4 Buffer allocation for production line  $L_1$

算法	缓冲区容量分配结果
STS	7-1-10-13-6-10-10-7-4-2-10-2-5-1-13-7-8-1-2-6-3-1-5-2-10-9-5-1-2-4-4-1-2-2-2-2-7-6-1-2-1-2-4-4-5-1-7-8
ATS	2-1-2-11-15-11-11-4-4-1-1-7-1-10-2-4-3-3-1-6-1-3-1-1-3-11-1-7-2-1-2-13-7-3-4-8-1-1-1-6-3-4-5-2-1-5-1-2
HDM-POT	5-1-2-11-14-8-10-8-6-3-1-8-1-7-1-8-5-5-2-1-6-2-2-1-1-7-10-4-4-1-1-2-5-4-2-3-5-4-2-2-4-2-3-4-4-1-2-1-7

表 5 生产线  $L_2$  缓冲区分配结果Table 5 Buffer allocation for production line  $L_2$ 

算法	缓冲区容量分配结果
STS	1-1-1-7-3-6-12-2-6-1-3-4-1-2-6-3-1-1-6-1-1-4-1-1-1-1-3-2-1-1-4-1-1-1-1-1-1-4-4-2-6-9-3-2-4-1-3-4-6-1-1-1-6-1-6-1-2-1-1-1-1-1-1-1-2-1-2-2-1-1-2-1-1-2-1-6
ATS	1-1-2-3-7-13-10-4-4-6-1-7-1-1-5-1-2-8-2-3-2-3-1-2-5-5-1-5-4-1-2-4-1-5-1-1-3-3-2-2-6-3-4-2-2-14-5-2-7-1-1-2-6-4-3-2-1-3-3-2-1-4-10-1-6-6-5-3-1-2-5-1-2-2-1-1-1-1-1
HDMPOP	1-1-1-13-4-13-10-4-4-6-1-9-1-1-6-2-2-1-3-3-2-2-1-2-6-4-6-4-4-2-2-4-1-4-1-2-3-3-2-6-3-3-2-3-13-5-2-7-1-2-2-1-8-1-1-3-3-3-1-4-10-1-6-6-5-4-3-1-2-4-2-2-1-2-1-1-1

表 6 生产线  $L_3$  缓冲区分配结果Table 6 Buffer allocation for production line  $L_3$ 

算法	缓冲区容量分配结果
STS	12-4-5-7-13-12-11-2-7-1-1-4-5-5-1-1-11-7-2-5-2-2-2-1-1-2-2-3-8-10-3-2-3-5-3-1-1-1-2-5-5-11-2-4-2-6-4-4-2-11-4-3-8-4-1-8-5-2-2-1-2-1-10-2-1-1-2-4-11-4-7-4-2-1-1-2-3-10-3-1-1-2-11-2-1-1-2-2-2-3-3-4-4-2-12-2-1-12-1-1-2-2-1-7-2-2-1-2-2-2-1-1-5-1-1-1-1-4-5 (达到迭代截止次数 1000 代)
ATS	12-2-2-15-17-12-31-26-17-11-2-4-22-1-1-6-2-2-1-7-10-24-16-2-3-12-2-28-10-13-1-5-12-13-1-1-1-4-12-3-2-11-1-8-18-1-8-2-17-24-13-10-4-4-15-12-3-1-1-4-11-11-1-1-2-3-2-1-2-1-1-1-5-8-7-4-4-4-7-6-1-1-2-5-5-1-2-4-2-6-4-4-2-1-4-3-8-4-1-8-1-3-10-10-1-3-6-6-2-1-1-7-1-1-1-6-9-3-8-2 (达到迭代截止次数 1000 代)
HDMPOP	17-8-9-10-13-13-23-10-1-7-3-3-2-3-1-12-2-9-1-1-4-1-5-1-1-5-2-12-1-4-1-7-10-10-1-1-3-18-1-3-10-10-1-3-6-6-2-1-1-7-1-1-1-6-9-3-8-2-2-6-2-3-1-4-2-9-1-2-2-6-5-3-2-1-6-2-13-1-7-1-2-2-2-21-9-1-10-5-1-3-3-1-1-10-3-11-1-3-3-2-1-3-1-3-1-2-2-1-11-10-3-6-22-16-1-8-3-1-5

表 7 仿真时间及系统生产力

Table 7 Simulation time and system productivity

设备数 (台)	总缓冲区容量	寻优方法	运行时间 (s)	生产力
50	250	HDMPOP	428.21	0.1299
		ATS	699.17	0.1235
		STS	769.91	0.1228
80	400	HDMPOP	561.22	0.1295
		ATS	1303.38	0.1209
		STS	1427.61	0.1169
120	1150	HDMPOP	1022.41	0.1250
		ATS	6810.72	0.1091
		STS	9742.51	0.1026

量分配越精细,因此精度也相对较高.需要说明的是,正如第 2 节系统递阶建模所述,为兼顾各子系统间的寻优效率,在系统递阶建模时,各子系统的规模要尽量相同或相近.另外,由于 ATS 通过一个随机变量因子控制禁忌列表长度以及一个强化策略来搜索领域空间,因此其比 STS 算法搜索精度要高,但由于非本文关注,此处不展开说明.

## 2) 寻优时间

由表 7 可知,对不同规模的  $L_1$ 、 $L_2$ 、 $L_3$ ,本文技术的寻优时间也有较大优势:对  $L_1$  而言,HDMPOP 寻优时长比 ATS 少 270.96 s,寻优速度提高了 38.75%;比 STS 少 341.70 s,寻优速度提高了 44.38%.对  $L_2$  而言,HDMPOP 寻优时长比 ATS 少 742.16 s,寻优速度提高了 56.94%;比 STS 少 866.39 s,寻优速度提高了 60.69%.对  $L_3$  而言,

STS 和 ATS 在达到最大截止代数时未收敛(表 7 为达到最大截止代数时的仿真时间).仿真实验结果表明,当将最大截止代数增大(如由 1000 增加到 1500 代时),上述两种方法依然不收敛;与之形成鲜明对比,本文方法不仅收敛而且由后文可见,在第 135 代之后,即已收敛,优势非常明显.显然,随着生产线规模的提高或解空间的增大,与寻优精度结论类似,本文技术优势也越明显,寻优效率越高.其根本原因在于,本文对系统进行拆分构造递阶分析建模并采纳并行寻优的技术方式.当然,由于初解对规模化系统影响较大,这也得益于本文对初解进行了相关改进以及采用动态步长的改进型禁忌搜索方式.图 7 为 STS、ATS 和本文技术的寻优过程.如图 7(a) 所示,HDMPOP 在 50 代之前已搜索到  $L_1$  收敛解,而 STS 和 ATS 均在 50 代之后方寻到收敛近优解;如图 7(b) 所示,HDMPOP 在 110 代之前已搜索到  $L_2$  收敛解,而 STS 和 ATS 均在 125 代之后方寻到收敛近优解;如图 7(c) 所示,HDMPOP 在 135 代时,已搜索到  $L_3$  收敛解,而 STS 和 ATS 两种方法当迭代至最大截止代数 1000 代时仍不能收敛.由图 7 可以看出,对  $L_1$ 、 $L_2$ 、 $L_3$  而言,本文初解质量明显高于其他两种技术.另外本文技术对  $L_1$ 、 $L_2$ 、 $L_3$  进行系统递阶建模时,分别构造了 7、9、11 个子系统,即使子系统数量增加的并不大,但对系统整体寻优的效率意义重大,这一点可以由表 7 看出.对  $L_1$ 、 $L_2$ 、 $L_3$  而言,当解空间规模从 250<sup>49</sup> 到 400<sup>79</sup> 或 1150<sup>119</sup> 千万倍以上急剧增加时,HDMPOP 对  $L_2$ 、 $L_3$  寻优时间也仅分别增长了

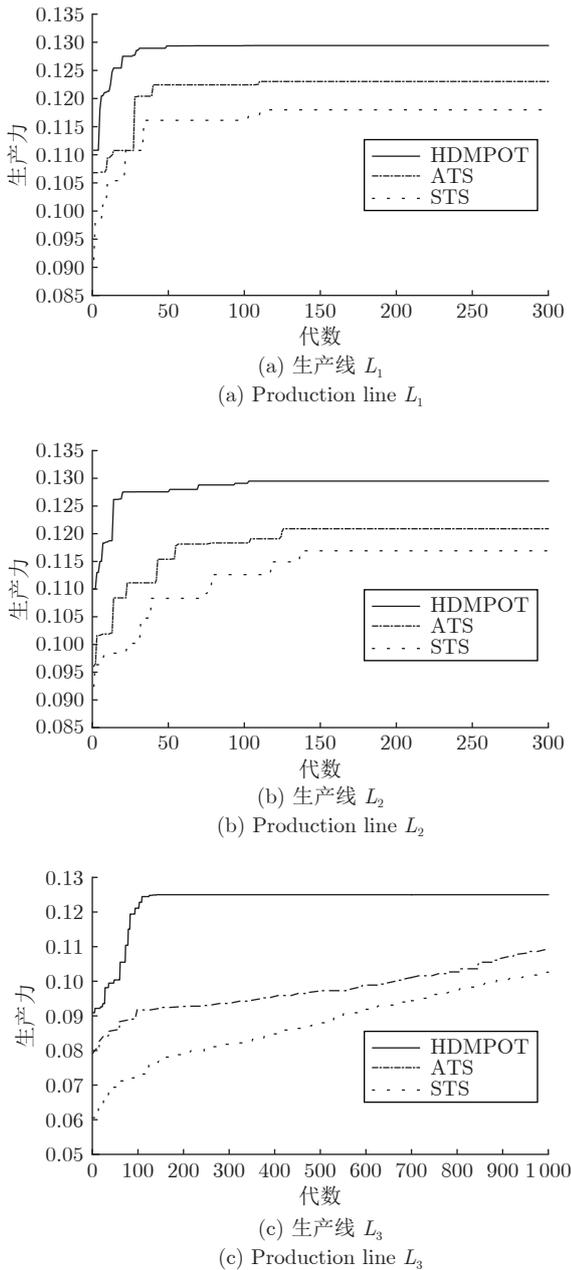


图 7 生产线寻优过程

Fig. 7 Optimizing process of production lines

31.06%、138.76%。然而, STS 和 ATS 对  $L_2$  的寻优时间, 分别增长了 85.43% 和 86.27%; 对  $L_3$ , 甚至得不到收敛解, 说明本文 HDMPOP 技术优势明显。需要指出的是, 当生产线规模或解空间规模达到一定程度时, 采纳其他传统技术算法 (如 STS、ATS) 将难以获得稳态解, 而本文技术则不会发生该种情况; 并且, 在其他条件不变情况下, 当降低阈值  $\theta$  或规模相当子系统数量增多时, 系统寻优效率将呈非线性增长。

综上所述, 考虑本文技术特点, 可以说受系统

规模或解空间规模的限制或影响非常小, 并且利用本文技术所建系统递阶模型时, 规模相当的子系统数量越多, 其技术优势越明显。

## 11 结束语

本文针对规模化混杂生产线在最大生产力目标、总缓冲区容量一定条件下的缓冲区容量优化分配问题, 提出一种基于禁忌搜索的生产线模糊聚类递阶分解并行寻优技术。该技术将规模化生产线拆分成  $n+1$  个子生产线系统, 结合设备模糊聚类结果建立递阶分析模型, 在利用混杂生产线系统综合方法改进初解的基础之上, 提出了一种改进型禁忌搜索算法对各子系统进行并行寻优。仿真实验表明, 本文技术能较好处理规模化混杂生产线缓冲区容量优化分配问题。同时, 本文提出的规模化生产线递阶分解建模并行寻优技术具有较好的一般性, 对分析和解决其他生产线资源优化配置、优化控制等问题也具有借鉴和指导作用。在本文基础之上, 围绕子系统并行寻优开展算法研究, 以及开展装配线、平行线等其他结构的混杂生产线系统资源优化配置研究是作者后续研究内容。

## References

- 1 Koenigsberg E. Production lines and internal storage: A review. *Management Science*, 1959, **5**(4): 410-433
- 2 Li J, Blumenfeld D E, Huang N, Alden J M. Throughput analysis of production systems: Recent advances and future topics. *International Journal of Production Research*, 2009, **47**(14): 3823-3851
- 3 Demir L, Tunali S, Eliyi D T. The state of the art on buffer allocation problem: A comprehensive survey. *Journal of Intelligent Manufacturing*, 2014, **25**(3): 371-392
- 4 Kraemer S A, Love R F. A model for optimizing the buffer inventory storage size in a sequential production system. *AIIE Transactions*, 1970, **2**(1): 64-69
- 5 Krogh B H. Recent advances in discrete analysis and control of hybrid systems. In: *Proceedings of the 6th International Workshop on Discrete Event Systems*. Zaragoza, Spain: 2002.
- 6 Li J S, Meerkov S M. Mathematical modeling of production systems. *Production Systems Engineering*, 2009: 1-59
- 7 Chow W M. Buffer capacity analysis for sequential production lines with variable process times. *International Journal of Production Research*, 1987, **25**(8): 1183-1196
- 8 Gershwin S B. An efficient decomposition method for the approximate evaluation of tandem queues with finite storage space and blocking. *Operations Research*, 1987, **35**(2): 291-305
- 9 Liu J, Wang Y N, Li J H, Chen R S. An extended system aggregation method for hybrid production lines with multiple failure rate and unreliable limited buffers. *Advanced Materials Research*, 2012, **459**: 432-436
- 10 Nabil N, Nourelfath M. Buffer allocation and preventive maintenance optimization in unreliable production lines. *Journal of Intelligent Manufacturing*, 2017, **128**(1): 85-93
- 11 Dolgui A, Ereemeev A V, Sigaev V S. HBBA: Hybrid algorithm for buffer allocation in tandem production lines. *Journal of Intelligent Manufacturing*, 2007, **18**(3): 411-420
- 12 Weiss S, Stolletz R. Buffer allocation in stochastic flow lines via

- sample-based optimization with initial bounds. *OR Spectrum*, 2015, **37**(4): 869–902
- 13 Demir L, Tunah S, Eliyi D T. An adaptive tabu search approach for buffer allocation problem in unreliable non-homogeneous production lines. *Computers & Operations Research*, 2012, **39**(7): 1477–1486
- 14 Moradi N, Shadrokh S. Simulated annealing optimization algorithm for equal and unequal area construction site layout problem. *International Journal of Research in Industrial Engineering*, 2019, **8**(2): 89–104
- 15 Amiri M, Mohtashami A. Buffer allocation in unreliable production lines based on design of experiments, simulation, and genetic algorithm. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2012, **62**(1): 371–383
- 16 Motlagh M M, Azimi P, Amiri M, Madraki G. An efficient simulation optimization methodology to solve a multi-objective problem in unreliable unbalanced production lines. *Expert Systems With Applications*, 2019, **138**: Article No. 112836
- 17 Demir L, Diamantidis A C, Deniz T E, O'Kelly M E J, Tunali S. Optimal buffer allocation for serial production lines using heuristic search algorithms: A comparative study. *International Journal of Industrial and Systems Engineering*, 2019, **33**(2): 252–270
- 18 Huang Jun-Zheng, Li Ai-Ping, Liu Xue-Mei, Xie Nan. Optimal design of production line layout considering buffer allocation. *Journal of Tongji University (Natural Science)*, 2015, **43**(7): 115–121 (黄君政, 李爱平, 刘雪梅, 谢楠. 考虑缓冲区配置的生产线布局优化设计. 同济大学学报 (自然科学版), 2015, **43**(7): 115–121)
- 19 Zandieh M, Joreir-Ahmadi M N, Fadaei-Rafsanjani A. Buffer allocation problem and preventive maintenance planning in non-homogeneous unreliable production lines. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2017, **91**(5): 2581–2593
- 20 Shi C, Gershwin S B. A segmentation approach for solving buffer allocation problems in large production system. *International Journal of Production Research*, 2016, **54**(20): 6121–6141
- 21 Xi S, Chen Q, Smith M G, Mao N, Zhang H. A new method for solving buffer allocation problem in large unbalanced production lines. *International Journal of Production Research*, 2019, (2): 1–22
- 22 Li L, Qian Y L, Yang Y M, Du K. A fast algorithm for buffer allocation problem. *International Journal of Production Research*, 2015, **54**(11): 3243–3255
- 23 Alfieri A, Matta A. Mathematical programming formulations for approximate simulation of multi-stage production systems. *European Journal of Operational Research*, 2012, **219**(3): 773–783
- 24 Alfieri A, Matta A, Pastore E. A column generation algorithm for the buffer allocation problem approximated by the time buffer concept. *IFAC Papers OnLine*, 2016, **49**(12): 739–744
- 25 Li J. Overlapping decomposition: A system-theoretic method for modeling and analysis of complex manufacturing systems. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2005, **2**(1): 40–53
- 26 Kong Jun-Ping. Performance Analysis of Non-homogeneous Hybrid Parallel-line System [Master thesis], Lanzhou University of

Technology, China, 2015  
(孔军平. 非相似型混杂平行生产线系统性能分析研究 [硕士学位论文], 兰州理工大学, 中国, 2015)

- 27 Liu J, Kong J P. Performance analysis of non-homogeneous hybrid production lines based on decomposition method. *International Journal of Industrial & Systems Engineering*, 2016, **4**(4): 463–467



**刘 军** 兰州理工大学机电工程学院教授。2005 年获得浙江大学控制科学与工程博士学位。主要研究方向为复杂制造系统, 生产调度与控制 and 智能机械。本文通信作者。

E-mail: lzhjliu@126.com

**(LIU Jun** Professor at the School of Mechanical and Electrical Engineering, Lanzhou University of Technology. He received his Ph.D. degree in control science and engineering from Zhejiang University in 2005. His research interest covers complex manufacturing system, production scheduling and control, and intelligent mechanism. Corresponding author of this paper.)



**任建华** 兰州理工大学机电工程学院硕士研究生。主要研究方向为复杂制造系统。

E-mail: renjianhua0318@163.com

**(REN Jian-Hua** Master student at the School of Mechanical and Electrical Engineering, Lanzhou University of Technology. His main research interest is complex manufacturing system.)



**冯 硕** 兰州理工大学机电工程学院硕士研究生。主要研究方向为复杂制造系统。

E-mail: fengshuo1003@163.com

**(FENG Shuo** Master student at the School of Mechanical and Electrical Engineering, Lanzhou University of Technology. Her main research interest is complex manufacturing system.)