

# 一种非仿射高超声速飞行器输出反馈控制方法

路遥<sup>1,2</sup>

**摘要** 针对一类考虑模型非仿射特性和执行机构饱和特性的高超声速飞行器轨迹跟踪控制问题, 提出一种基于 backstepping 的输出反馈非线性控制方法. 考虑执行机构故障激发的未知非线性动态, 建立了非仿射形式飞行器模型. 为解决实际工程应用中存在的气流角测量值难以使用的问题, 利用高度和速度测量值以及高阶微分器设计了航迹倾角在线估计方法. 基于跟踪微分器设计了模型干扰项的估计方法, 并解决了 backstepping 方法应用中存在的“微分项爆炸”问题. 引入辅助系统降低控制量饱和和带来的不利影响. 基于 Lyapunov 理论证明了闭环系统的稳定性. 最后, 通过对比仿真实验验证了所提方法的有效性.

**关键词** 高超声速飞行器, 非仿射, 输出反馈, 状态估计, 输入约束, 跟踪微分器

**引用格式** 路遥. 一种非仿射高超声速飞行器输出反馈控制方法. 自动化学报, 2022, 48(6): 1530-1542

**DOI** 10.16383/j.aas.c210131

## A Method of Output Feedback Control for Non-affine Hypersonic Vehicles

LU Yao<sup>1,2</sup>

**Abstract** A backstepping-based nonlinear control method is proposed for addressing the trajectory tracking control problem of a non-affine hypersonic vehicle subject to actuator saturation. Considering the unknown nonlinear dynamics invoked by actuator faults, the non-affine model of the flight vehicle is established. For tackling the unavailability of the measurements of the flow angles in practical engineering application, an on-line estimation method for flight path angle is designed utilizing the measurements of velocity and altitude as well as the high-order differentiator. The tracking differentiator is employed to construct the estimation methods for model disturbances and tackle the explosion of differentiation problem existing in the application of backstepping. The auxiliary systems are introduced to reduce the adverse effects caused by the saturation of control inputs. The stability of closed-loop system is proved based on the Lyapunov theory. Finally, the effectiveness of the proposed method is verified via comparative simulation experiments.

**Key words** Hypersonic vehicle, non-affine, output feedback, state estimation, input constraint, tracking differentiator

**Citation** Lu Yao. A method of output feedback control for non-affine hypersonic vehicles. *Acta Automatica Sinica*, 2022, 48(6): 1530-1542

高超声速飞行器 (Hypersonic flight vehicle, HFV) 一般是指飞行速度超过 5 倍声速的有翼或无翼飞行器. 它具有速度快、反应时间短、突防能力强等特点, 能够有效提高远程作战效能, 具有重要的军事意义, 因此成为当今世界军事强国所广泛关注的焦点<sup>[1-5]</sup>.

控制系统作为 HFV 的重要分系统之一, 是飞行器安全飞行、完成既定任务的重要保证. 自上世纪

90 年代以来, 许多学者致力于 HFV 控制器设计研究. 然而, HFV 具有飞行包线大、飞行特性复杂、外部环境多变、动态特性存在强非线性和不确定性、气动与推进系统之间存在严重耦合等特点, 为其设计控制器具有很大的挑战性. 为了降低控制器设计工作的复杂度, 部分学者选择首先针对 HFV 纵向通道模型进行控制器设计研究. 但即使如此, HFV 纵向通道数学模型仍是复杂的. 为此, 学者们通过对 HFV 纵向模型数据进行研究分析, 通过一定的假设条件, 将 HFV 纵向模型简化为最小相位系统, 或严反馈仿射非线性系统等相对容易进行控制器设计的形式, 然后基于自适应控制<sup>[6]</sup>、backstepping<sup>[7-8]</sup>、滑模控制<sup>[9]</sup>、鲁棒控制<sup>[10]</sup> 等较成熟的设计工具设计 HFV 控制器, 取得了很好的控制效果.

近年来, 为提高控制器的实际应用前景, 许多学者放弃部分模型简化假设, 针对非仿射形式 HFV

收稿日期 2021-02-07 录用日期 2021-03-19

Manuscript received February 7, 2021; accepted March 19, 2021

国家自然科学基金 (61803357) 资助

Supported by National Natural Science Foundation of China (61803357)

本文责任编辑 倪茂林

Recommended by Associate Editor NI Mao-Lin

1. 北京航天自动控制研究所 北京 100854 2. 宇航智能控制技术国家级重点实验室 北京 100854

1. Beijing Aerospace Automatic Control Institute, Beijing 100854 2. National Key Laboratory of Science and Technology on Aerospace Intelligence Control, Beijing 100854

模型进行控制器设计研究. 部分学者吸取控制理论研究中的已有的针对非仿射非线性系统的相关成果<sup>[11-15]</sup>, 将其应用于非仿射 HFV 控制器设计中. 如文献 [16] 基于文献 [15] 中的方法, 针对 HFV 纵向短周期姿态控制系统设计了非线性跟踪控制器, 取得了一定的控制效果. 文献 [17] 考虑执行机构中存在未知非线性动态, 同样基于文献 [15] 中的方法, 针对变几何进气道 HFV 设计了容错控制器, 实现了对速度和航迹倾角的稳定跟踪. 但是, 由于针对非仿射非线性系统的理论研究成果通常基于特定的非线性模型和一定的假设, 而非仿射 HFV 模型具有一些独特特性, 因此在将理论成果直接应用于 HFV 实际模型中时, 会被迫对 HFV 模型进行一定的限制以满足理论成果的要求, 如文献 [16] 要求飞行器的飞行工况必须保持恒定的航迹倾角, 文献 [17] 设计的控制器难以保证俯仰角速度变化较快情况下的控制效果. 因此, 在非仿射 HFV 控制器设计研究中, 不能简单地套用已有的先进理论控制方法, 需针对 HFV 模型的特点设计合适的、适用性更广的飞行控制器. 其他针对非仿射 HFV 模型控制器设计研究中, 文献 [18] 针对 HFV 轨迹跟踪问题, 设计了一种预设性能 backstepping 控制器, 采用中值定理处理模型中的非仿射项, 保证了闭环系统具有较好的跟踪精度. 文献 [19] 提出一种模糊自适应姿态控制方法, 将模型中的非仿射项视为总不确定项中的一部分, 仿真结果表明该方法具有较好的鲁棒性. 文献 [20] 提出一种基于动态逆的 backstepping 姿态控制方法, 设计扩张状态观测器估计含非仿射特性的不确定项, 取得了良好的控制效果. 文献 [21] 设计了一种预设性能控制器, 通过一定的合理性假设将模型中的非仿射项转化为仿射形式设计控制器, 仿真结果验证了所提方法的有效性. 文献 [22] 设计了一种基于神经网络的预设性能控制器, 利用神经网络估计模型中的非仿射项, 取得了良好的跟踪控制效果.

文献 [16-22] 中所提方法均取得了良好的控制效果. 然而, 以上方法均需使用攻角、航迹倾角等气流角的测量值构建控制律, 这使得上述方法难以应用于 HFV 工程实际中. 在 HFV 实际飞行过程中, 相较速度、高度、俯仰角和俯仰角速度, 攻角、航迹倾角气流角是难以准确测量的<sup>[23-26]</sup>. 这是由于在高超声速飞行状态下, 气动加热作用很强, 气流角传感器的性能会显著下降. 此时, 如果控制律设计中仍直接采用气流角的测量信息会带来较大的控制误差, 严重时会导致闭环系统不稳定<sup>[27]</sup>. 虽然采用新型的埋装式大气数据传感器可在一定程度上提高气流角的测量精度, 但这种方案需要在飞行器机身上

布置多个压力孔和传感器, 代价较高<sup>[28]</sup>. 因此, 在 HFV 控制器设计中, 应避免使用航迹倾角或攻角的状态量构建控制器. 对于这一点, 已有部分文献针对仿射化 HFV 模型进行了研究<sup>[23-26]</sup>. 然而, 文献 [23-24] 设计的针对仿射化 HFV 非线性模型的控制器结构比较复杂, 实际应用时会严重影响飞控软件计算耗时, 且未考虑执行机构饱和特性; 文献 [25-26] 均需对仿射化 HFV 模型进行线性化, 而 HFV 模型具有强非线性和模型参数不确定的特点, 不利于使用小扰动线性化或反馈线性化方法进行研究. 根据工程实际情况, 直接针对非仿射 HFV 非线性模型, 在不使用航迹倾角和攻角模型输出值的情况下进行控制器设计研究是非常必要的. 此外, 受产品物理实现的限制, HFV 的控制舵面存在饱和特性, 同时在飞行过程中执行机构可能因故障激发某些未知非线性动态, 这些也是在控制器设计过程中必须予以考虑的.

以前述需求为牵引, 本文针对非仿射 HFV 纵向通道非线性动力学模型, 在不使用航迹倾角和攻角模型输出值以及考虑执行机构存在未知非线性动态和饱和特性的情况下, 研究其轨迹跟踪控制问题, 提出一种基于 backstepping 的输出反馈控制方法. 基于飞行过程中可得到的相对精确的速度和高度测量值, 在线估计航迹倾角状态用于控制律设计中. 通过跟踪微分器和高阶微分器在线估计信号的一阶、二阶导数, 用于估计模型干扰项和解决 backstepping 应用中存在的“微分项爆炸”问题. 设计辅助变量降低控制量饱和对控制性能的影响. 基于 Lyapunov 理论证明闭环系统的稳定性. 最后, 通过对比仿真试验验证所设计控制器的有效性.

## 1 非仿射形式 HFV 模型描述

### 1.1 HFV 纵向通道非线性模型

本文选取文献 [29] 提出的一类吸气式 HFV 作为研究对象, 其巡航段纵向通道非线性动力学模型可按下式描述:

$$\begin{cases} \dot{V} = \frac{T \cos \alpha - D}{m} - g \sin \gamma + d_V \\ \dot{\gamma} = \frac{L + T \sin \alpha}{mV} - \frac{g}{V} \cos \gamma + d_\gamma \\ \dot{\theta} = Q \\ \dot{Q} = \frac{M}{I_{yy}} + d_Q \end{cases} \quad (1)$$

式中,  $V$ 、 $\gamma$ 、 $\theta$ 、 $Q$  为状态量, 分别表示飞行速度、航迹倾角、俯仰角和俯仰角速度;  $\alpha$  表示攻角, 在纵向通道内可按  $\alpha = \theta - \gamma$  计算;  $m$ 、 $g$ 、 $I_{yy}$  分别表示

飞行器质量、重力加速度和俯仰通道转动惯量； $d_V$ 、 $d_\gamma$ 、 $d_Q$  表示由于模型参数不确定性、模型简化以及外部环境干扰引起的扰动项； $T$ 、 $D$ 、 $L$ 、 $M$  分别表示发动机推力、阻力、升力和俯仰力矩，可按以下表达式进行计算<sup>[29]</sup>：

$$\begin{cases} T \approx C_{T,\phi}(\alpha)\phi + C_T(\alpha) \\ D \approx \bar{q}SC_D(\alpha, \delta_e) \\ L \approx \bar{q}SC_L(\alpha, \delta_e) \\ M \approx z_T T + \bar{q}S\bar{c}C_M(\alpha, \delta_e) \end{cases} \quad (2)$$

式中， $\phi$ 、 $\delta_e$  为控制量，分别表示发动机燃料空气混合比和升降舵偏角； $\bar{q}$ 、 $S$ 、 $z_T$ 、 $\bar{c}$  分别表示动压、机身参考面积、推力-俯仰力矩耦合系数和平均气动弦长； $C_{T,\phi}$ 、 $C_T$ 、 $C_D$ 、 $C_L$  和  $C_M$  表示推力、气动力和气动力矩系数。由式 (2) 可知，升降舵对气动阻力  $D$  和升力  $L$  均有耦合作用，这增加了控制器设计的复杂性。为此，文献 [29] 提出一种增加鸭翼舵，设定鸭翼舵摆角  $\delta_c$  与升降舵摆角  $\delta_e$  按固定比例联动，以消除升降舵对升力影响的方法；同时，通过对 HFV 模型进行气动分析，认为巡航段中升降舵和鸭翼舵对气动阻力的影响可忽略不计。本文借鉴上述方法，则式 (2) 中推力、气动力和气动力矩系数可按下式进行计算<sup>[29]</sup>：

$$\begin{cases} C_L = C_L^\alpha \alpha + C_L^{\delta_c} \delta_c + C_L^{\delta_e} \delta_e + C_L^0 \\ C_D = C_D^{\alpha^2} \alpha^2 + C_D^\alpha \alpha + C_D^0 \\ C_M = C_M^{\alpha^2} \alpha^2 + C_M^\alpha \alpha + C_M^{\delta_c} \delta_c + C_M^{\delta_e} \delta_e + C_M^0 \\ C_T = C_T^{\alpha^3} \alpha^3 + C_T^{\alpha^2} \alpha^2 + C_T^\alpha \alpha + C_T^0 \\ C_{T,\phi} = C_{T,\phi}^{\alpha^3} \alpha^3 + C_{T,\phi}^{\alpha^2} \alpha^2 + C_{T,\phi}^\alpha \alpha + C_{T,\phi}^0 \end{cases} \quad (3)$$

设定  $\delta_c = -C_L^{\delta_c} \delta_e / C_L^{\delta_e}$ ，进一步可得

$$\begin{cases} C_L = C_L^\alpha \alpha + C_L^0 \\ C_M = C_M^{\alpha^2} \alpha^2 + C_M^\alpha \alpha + k_{ec} C_M^{\delta_e} \delta_e + C_M^0 \end{cases} \quad (4)$$

式中， $k_{ec} = \left[1 - C_M^{\delta_c} C_L^{\delta_c} / (C_M^{\delta_e} C_L^{\delta_e})\right] > 1$ 。由式 (4) 可知，增加鸭翼舵同时能够起到放大俯仰力矩系数  $C_M^{\delta_e}$  的作用。

考虑执行机构实际物理特性，控制量需限制在表 1 所示容许范围内。需要指出的是，以上鸭翼舵控制量的容许范围能够包络住  $\delta_c = -C_L^{\delta_c} \delta_e / C_L^{\delta_e}$  的范围。

## 1.2 升降舵执行机构模型

HFV 通常在比较恶劣的外部环境下飞行，这会对升降舵的执行机构动态带来一定影响。有时，恶劣的外部飞行环境会激发执行机构中存在的某些未

表 1 控制量的容许范围

Table 1 Admissible ranges for control inputs

飞行状态/控制量	容许范围
$\phi$	[0.1, 1.2]
$\delta_c$	[-15°, 15°]
$\delta_e$	[-27°, 27°]

知模态，使得升降舵的实际摆角不能精确地复现期望的理想指令。文献 [17] 研究了这一问题，并给出了一个考虑未知模态的升降舵执行机构的模型：

$$v = u + \beta(t, T_1, T_2)p(\theta, \gamma, Q, u) \quad (5)$$

式中， $u$  表示指令信号， $t$  表示飞行时间， $v$  表示模态激发后实际产生的指令信号。 $\beta(\cdot)$  为一函数，表示模态激发的过渡过程：当  $t < T_1$  时， $\beta = 0$ ；当  $T_1 \leq t < T_2$  时， $\beta = (t - T_1)/(T_2 - T_1)$ ；当  $t \geq T_2$  时， $\beta = 1$ 。 $p(\cdot)$  表示模态实际作用效果，为一未知连续光滑非线性函数。 $v$  和  $p(\cdot)$  满足如下假设：

**假设 1**<sup>[17]</sup>。存在有界未知连续光滑函数  $\hat{p}(\theta, \gamma, Q, u)$ ，使得

$$|p(\theta, \gamma, Q, u)| \leq \hat{p}(\theta, \gamma, Q, u) \leq \bar{p} \quad (6)$$

式中， $\bar{p}$  为  $\hat{p}$  函数的上界， $\partial v / \partial u$  连续且符号已知，不失一般性，本文假设  $\partial v / \partial u > 0$ 。

除可能存在的未知模态外，升降舵执行机构还存在饱和约束。令  $\bar{\delta}_e$  和  $\underline{\delta}_e$  分别表示表 1 中升降舵摆角上、下边界饱和值，则升降舵实际摆角  $\delta_e$  可表示为：

$$\delta_e = \begin{cases} \underline{\delta}_e, & v \leq \underline{\delta}_e \\ v, & \underline{\delta}_e < v < \bar{\delta}_e \\ \bar{\delta}_e, & v \geq \bar{\delta}_e \end{cases} \quad (7)$$

由式 (5) 和式 (7) 所示的执行机构模型可知，以控制指令信号  $u$  作为输入量时，俯仰角速度动态表达式具有非仿射形式。

## 2 控制器设计

控制器设计目标为：设计  $\phi$  和  $u$  的控制律，使得飞行速度  $V$  和航迹倾角  $\gamma$  分别跟踪已知的连续光滑参考轨迹  $V_{\text{ref}}$  和  $\gamma_{\text{ref}}$ 。设计过程中不能使用航迹倾角和攻角的模型输出值构建控制律，同时需要考虑控制量受到饱和和特性约束。由于飞行速度  $V$  仅受控制量  $\phi$  的影响，因此，可将 HFV 非线性模型分解为由状态  $V$  组成的速度子系统和由状态  $(\gamma, \theta, Q)$  组成的航迹倾角子系统，然后分别设计  $\phi$  和  $u$  的控制律。

### 2.1 航迹倾角估计方法

由于不能使用航迹倾角和攻角的模型输出值，

因此需要考虑如何构造它们的估计值用于控制律设计. 考虑到  $\alpha = \theta - \gamma$ , 因此只需要估计  $\gamma$  和  $\alpha$  其中一个状态即可. 对于 HFV 纵向通道模型, 有以下关系成立:

$$\dot{H} = V \sin \gamma \quad (8)$$

式中,  $H$  表示飞行高度. 考虑到  $H$  和  $V$  可通过机载装置获得相对较准确的测量值, 因此, 可基于式 (8) 对  $\gamma$  进行在线估计. 令  $\hat{\gamma}$  表示  $\gamma$  的估计值, 其在线计算方法可设计为:

$$\hat{\gamma} = \arcsin \left( \frac{\hat{H}}{V} \right) \quad (9)$$

式中,  $\hat{H}$  表示  $\dot{H}$  的在线估计值.

为估计航迹倾角动态方程中的干扰项, 还会计算  $\dot{\gamma}$  的一阶导数  $\dot{\hat{\gamma}}$ . 根据式 (9),  $\dot{\hat{\gamma}}$  可按式计算:

$$\dot{\hat{\gamma}} = \frac{\hat{H}\dot{V} - \hat{V}\dot{H}}{V^2 \cos \hat{\gamma}} \quad (10)$$

式中,  $\hat{H}$  表示高度  $\dot{H}$  的在线估计值,  $\hat{V}$  表示  $\dot{V}$  的在线估计值.

由式 (9) 和式 (10) 形式可知, 计算  $\hat{\gamma}$  和  $\dot{\hat{\gamma}}$  需要在线得到  $\hat{V}$ 、 $\hat{H}$  和  $\dot{H}$ . 对此, 引用文献 [30] 提出的高阶微分器对这些量进行在线计算. 对于飞行速度  $V$  的一阶导数, 引入如下形式跟踪微分器进行在线估计:

$$\begin{cases} \dot{\chi}_{V1} = \chi_{V2} \\ \dot{\chi}_{V2} = -R_V^2 \left[ a_{V1} (\chi_{V1} - V) + a_{V2} \frac{\chi_{V2}}{R_V} \right] \end{cases} \quad (11)$$

式中,  $\chi_{V1}$ 、 $\chi_{V2}$  为微分器状态,  $R_V > 0$ ,  $a_{V1} > 0$ ,  $a_{V2} > 0$  为设计参数. 定义  $e_{V1} = \chi_{V1} - V$ ,  $e_{V2} = \chi_{V2} - \dot{V}$ , 由文献 [22] 的注 3 和文献 [30] 的定理 2 可知, 误差  $e_{V1}$ 、 $e_{V2}$  是有界的, 满足:

$$|e_{V1}| \leq \bar{e}_{V1}, |e_{V2}| \leq \bar{e}_{V2} \quad (12)$$

式中,  $\bar{e}_{V1}$ 、 $\bar{e}_{V2}$  表示估计误差上界, 且当  $R_V$  足够大时,  $\bar{e}_{V1}$ 、 $\bar{e}_{V2}$  趋近于 0.

对于飞行高度  $H$  的一阶、二阶导数, 引入如下形式的高阶微分器进行在线估计:

$$\begin{cases} \dot{\chi}_{H1} = \chi_{H2} \\ \dot{\chi}_{H2} = \chi_{H3} \\ \dot{\chi}_{H3} = -R_H^3 \left[ a_{H1} (\chi_{H1} - H) + a_{H2} \frac{\chi_{H2}}{R_H} + a_{H3} \frac{\chi_{H3}}{R_H^2} \right] \end{cases} \quad (13)$$

式中,  $\chi_{H1}$ 、 $\chi_{H2}$ 、 $\chi_{H3}$  为微分器状态,  $R_H > 0$ ,  $a_{H1} >$

$0$ ,  $a_{H2} > 0$ ,  $a_{H3} > 0$  为设计参数. 定义  $e_{H1} = \chi_{H1} - H$ ,  $e_{H2} = \chi_{H2} - \dot{H}$ ,  $e_{H3} = \chi_{H3} - \ddot{H}$ , 同样由文献 [22] 的注 3 和文献 [30] 的定理 2 可知, 估计误差  $e_{H1}$ 、 $e_{H2}$ 、 $e_{H3}$  是有界的, 满足:

$$|e_{H1}| \leq \bar{e}_{H1}, |e_{H2}| \leq \bar{e}_{H2}, |e_{H3}| \leq \bar{e}_{H3} \quad (14)$$

式中,  $\bar{e}_{H1}$ 、 $\bar{e}_{H2}$ 、 $\bar{e}_{H3}$  表示估计误差上界, 且当  $R_H$  足够大时,  $\bar{e}_{H1}$ 、 $\bar{e}_{H2}$ 、 $\bar{e}_{H3}$  趋近于 0.

根据式 (9) ~ (11) 和式 (13), 令  $\hat{V} = \chi_{V2}$ ,  $\hat{H} = \chi_{H2}$ ,  $\hat{H} = \chi_{H3}$ , 可得  $\hat{\gamma}$ ,  $\dot{\hat{\gamma}}$  具体在线计算公式为:

$$\begin{cases} \hat{\gamma} = \arcsin \left( \frac{\chi_{H2}}{\chi_{V1}} \right) \\ \dot{\hat{\gamma}} = \frac{\chi_{H3}\chi_{V1} - \chi_{H2}\chi_{V2}}{\chi_{V1}^2 \cos \hat{\gamma}} \end{cases} \quad (15)$$

定义估计误差  $\sigma_1 = \gamma - \hat{\gamma}$ ,  $\sigma_2 = \dot{\gamma} - \dot{\hat{\gamma}}$ , 由式 (12) 和式 (14) 可知,  $\sigma_1$ 、 $\sigma_2$  是有界, 满足:

$$|\sigma_1| \leq \bar{\sigma}_1 (\bar{e}_{V1}, \bar{e}_{H2}), |\sigma_2| \leq \bar{\sigma}_2 (\bar{e}_{V1}, \bar{e}_{V2}, \bar{e}_{H2}, \bar{e}_{H3}) \quad (16)$$

**注 1.** 对于微分器的设计参数, 一般来说,  $R_{(\cdot)}$  越大, 估计误差越小, 但选取过大的  $R_{(\cdot)}$  可能导致系统状态出现振荡. 对此, 可以在实际飞行前根据其输入量可能的变化情况, 通过仿真选择合适的参数  $R_{(\cdot)}$  和  $a_{(\cdot)}$ . 以式 (11) 所示跟踪微分器为例, 其输入量为速度  $V$ , 则可根据  $V_{\text{ref}}$  和典型参数偏差组合设置生成若干实际飞行过程中  $V$  潜在的变化情况, 然后根据这些信息事先检查不同设计参数选择下跟踪微分器的估计效果, 从而在实际飞行前确定式 (11) 中参数的具体取值.

## 2.2 速度子系统控制器设计

定义速度跟踪误差  $\tilde{V} = V - V_{\text{ref}}$ , 根据式 (1),  $\tilde{V}$  的动态可描述为:

$$\dot{\tilde{V}} = f_V(V, \theta, \gamma) + g_V(\theta, \gamma)\phi + d_V - \dot{V}_{\text{ref}} \quad (17)$$

其中

$$\begin{cases} f_V(V, \theta, \gamma) = \frac{C_T(\theta, \gamma) \cos(\theta - \gamma) - \bar{q}SC_D(\theta, \gamma)}{m} \\ g_V(\theta, \gamma) = \frac{C_{T,\phi}(\theta, \gamma) \cos(\theta - \gamma)}{m} \end{cases}$$

由于  $\gamma$  是未知的, 因此  $f_V$ 、 $g_V$  为未知项. 为解决这一问题, 将式 (17) 改写为如下形式:

$$\dot{\tilde{V}} = f_V(V, \theta, \hat{\gamma}) + g_V(\theta, \hat{\gamma})\phi + \Delta_V - \dot{V}_{\text{ref}} \quad (18)$$

式中

$$\begin{cases} f_V(V, \theta, \hat{\gamma}) = \frac{C_T(\theta, \hat{\gamma}) \cos(\theta - \hat{\gamma}) - \bar{q} S C_D(\theta, \hat{\gamma})}{m} \\ \quad g \sin \hat{\gamma} \\ g_V(\theta, \hat{\gamma}) = \frac{C_{T,\phi}(\theta, \hat{\gamma}) \cos(\theta - \hat{\gamma})}{m} \\ \Delta_V = d_V + [f_V(V, \theta, \gamma) - f_V(V, \theta, \hat{\gamma})] + [g_V(\theta, \gamma) - g_V(\theta, \hat{\gamma})] \phi \end{cases}$$

因此,  $f_V$ 、 $g_V$  可通过机载测量数据计算得到.

考虑到  $\phi$  需满足表 1 所示约束, 引入如下辅助系统:

$$\dot{\xi}_V = -k_1 \xi_V + g_V(\phi - \phi_c) \quad (19)$$

式中,  $\xi_V$  为辅助状态,  $k_1 > 0$  为待设计增益,  $\phi_c$  为不考虑饱和约束情况下的控制指令. 定义新的误差量  $z_V = \tilde{V} - \xi_V$ , 由  $g_V$  的形式可知  $g_V \neq 0$ , 则可设计  $\phi_c$  的控制律为:

$$\phi_c = g_V^{-1} \left( -k_V z_V - f_V + \dot{V}_{\text{ref}} - \hat{\Delta}_V - k_1 \xi_V \right) \quad (20)$$

式中,  $k_V > 0$  为待设计增益,  $\hat{\Delta}_V$  为  $\Delta_V$  的估计值, 通过下式计算:

$$\hat{\Delta}_V = \chi_{V2} - f_V - g_V \phi \quad (21)$$

**注 2.** 式 (19) 和式 (20) 中增益  $k_1$  和  $k_V$  大小的选取会产生不同的控制效果. 当  $k_1 > k_V$  时, 控制器会更快地消除饱和引起的跟踪偏差, 但控制量  $\phi$  的饱和时间会变长; 当  $k_1 < k_V$  时, 控制量  $\phi$  会更快地脱离饱和状态, 但系统的跟踪误差会变大. 比较两种选择的影响, 考虑到 HFV 飞行中对控制偏差的要求较高, 实际中建议选择  $k_1 > k_V$  的设置.

### 2.3 航迹倾角子系统控制器设计

基于 backstepping 方法设计航迹倾角子系统控制器.

**步骤 1.** 定义航迹倾角跟踪误差  $\tilde{\gamma} = \gamma - \gamma_{\text{ref}}$ . 根据式 (1), 由于  $T \sin \alpha / (mV)$  项的存在, 以  $\theta$  作为虚拟控制量时,  $\gamma$  的动态具有非仿射形式. 令  $\bar{f}_\gamma = (L + T \sin \alpha) / (mV)$ , 根据文献 [29] 的气动数据可得  $\partial \bar{f}_\gamma / \partial \theta > 0$ . 对此, 可将  $T \sin \alpha / (mV)$  项视为一类模型干扰项, 则  $\tilde{\gamma}$  的动态可描述为:

$$\dot{\tilde{\gamma}} = f_\gamma(V, \gamma) + g_\gamma(V) \theta + \bar{\Delta}_\gamma - \dot{\gamma}_{\text{ref}} \quad (22)$$

其中

$$\begin{cases} f_\gamma(V, \gamma) = \frac{\bar{q} S (-C_L^\alpha \gamma + C_L^0)}{mV} - \frac{g}{V} \cos \gamma \\ g_\gamma(V) = \frac{\bar{q} S C_L^\alpha}{mV} \\ \bar{\Delta}_\gamma = d_\gamma + \frac{T \sin \alpha}{mV} \end{cases}$$

式中,  $g_\gamma > 0$ . 考虑到  $\gamma$  的模型输出值不能直接使用, 将式 (22) 进一步改写为如下形式:

$$\dot{\tilde{\gamma}} = f_\gamma(V, \hat{\gamma}) + g_\gamma(V) \theta + \Delta_\gamma - \dot{\gamma}_{\text{ref}} \quad (23)$$

其中

$$\begin{cases} f_\gamma(V, \hat{\gamma}) = \frac{\bar{q} S (-C_L^\alpha \hat{\gamma} + C_L^0)}{mV} - \frac{g}{V} \cos \hat{\gamma} \\ g_\gamma(V) = \frac{\bar{q} S C_L^\alpha}{mV} \\ \Delta_\gamma = \bar{\Delta}_\gamma + f_\gamma(V, \gamma) - f_\gamma(V, \hat{\gamma}) \end{cases}$$

考虑到  $\tilde{\gamma}$  不可计算, 定义新误差变量:

$$\mu_\gamma = \tilde{\gamma} - \sigma_1 = \hat{\gamma} - \gamma_{\text{ref}} \quad (24)$$

则虚拟控制律  $\theta_{\text{cmd}}$  可设计为:

$$\theta_{\text{cmd}} = g_\gamma^{-1} \left( -k_\gamma \mu_\gamma - f_\gamma - \hat{\Delta}_\gamma + \dot{\gamma}_{\text{ref}} \right) \quad (25)$$

式中,  $k_\gamma > 0$  为待设计增益,  $\hat{\Delta}_\gamma$  为  $\Delta_\gamma$  的估计值, 可结合式 (15) 通过下式计算:

$$\hat{\Delta}_\gamma = \dot{\hat{\gamma}} - f_\gamma - g_\gamma \theta \quad (26)$$

backstepping 方法设计过程中需要在线计算虚拟控制量的一阶导数. 对于  $\dot{\theta}_{\text{cmd}}$ , 采用以下跟踪微分器进行在线估计:

$$\begin{cases} \dot{\chi}_{\theta 1} = \chi_{\theta 2} \\ \dot{\chi}_{\theta 2} = -R_\theta^2 \left[ a_{\theta 1} (\chi_{\theta 1} - \theta_{\text{cmd}}) + a_{\theta 2} \frac{\chi_{\theta 2}}{R_\theta} \right] \end{cases} \quad (27)$$

式中,  $\chi_{\theta 1}$ 、 $\chi_{\theta 2}$  为微分器状态,  $R_\theta > 0$ ,  $a_{\theta 1} > 0$ ,  $a_{\theta 2} > 0$  为设计参数. 定义  $e_{\theta 1} = \chi_{\theta 1} - \theta_{\text{cmd}}$ ,  $e_{\theta 2} = \chi_{\theta 2} - \dot{\theta}_{\text{cmd}}$ ,  $e_{\theta 1}$ 、 $e_{\theta 2}$  是有界的, 满足:

$$|e_{\theta 1}| \leq \bar{e}_{\theta 1}, |e_{\theta 2}| \leq \bar{e}_{\theta 2} \quad (28)$$

式中,  $\bar{e}_{\theta 1}$ 、 $\bar{e}_{\theta 2}$  表示估计误差上界.

**步骤 2.** 定义俯仰角跟踪误差  $\tilde{\theta} = \theta - \theta_{\text{cmd}}$ . 根据式 (1),  $\tilde{\theta}$  的动态可描述为:

$$\dot{\tilde{\theta}} = Q - \dot{\theta}_{\text{cmd}} \quad (29)$$

以  $Q$  作为虚拟控制量, 则虚拟控制律  $Q_{\text{cmd}}$  可初步设计为:

$$Q_{\text{cmd}} = -k_\theta \tilde{\theta} - g_\gamma \mu_\gamma + \chi_{\theta 2} \quad (30)$$

式中,  $k_\theta > 0$  为待设计增益. 对于  $\dot{Q}_{\text{cmd}}$ , 采用以下跟踪微分器进行在线估计:

$$\begin{cases} \dot{\chi}_{Qc1} = \chi_{Qc2} \\ \dot{\chi}_{Qc2} = -R_{Qc}^2 \left[ a_{Qc1} (\chi_{Qc1} - Q_{\text{cmd}}) + a_{Qc2} \frac{\chi_{Qc2}}{R_{Qc}} \right] \end{cases} \quad (31)$$

式中,  $\chi_{Qc1}$  和  $\chi_{Qc2}$  为微分器状态.  $R_{Qc} > 0$ ,  $a_{Qc1} > 0$ ,  $a_{Qc2} > 0$  为设计参数. 定义  $e_{Qc1} = \chi_{Qc1} - Q_{\text{cmd}}$ ,

$e_{Qc2} = \chi_{Qc2} - \dot{Q}_{cmd}$ ,  $e_{Qc1}$ 、 $e_{Qc2}$  是有界的, 满足:

$$|e_{Qc1}| \leq \bar{e}_{Qc1}, |e_{Qc2}| \leq \bar{e}_{Qc2} \quad (32)$$

式中,  $\bar{e}_{Qc1}$ 、 $\bar{e}_{Qc2}$  表示估计误差上界。

**步骤 3.** 定义俯仰角速度跟踪误差  $\tilde{Q} = Q - Q_{cmd}$ . 根据式 (1),  $\tilde{Q}$  的动态可描述为:

$$\dot{\tilde{Q}} = f_Q(V, \gamma, \theta, \phi) + g_Q(V) \delta_e + d_Q - \dot{Q}_{cmd} \quad (33)$$

其中

$$\left\{ \begin{array}{l} f_Q(V, \gamma, \theta, \phi) = \frac{z_T T(\gamma, \theta, \phi)}{I_{yy}} + \\ \frac{\bar{q} S \bar{c} [C_M^{\alpha^2}(\theta - \gamma)^2 + C_M^\alpha(\theta - \gamma) + C_M^0]}{I_{yy}} \\ g_Q(V) = \frac{\bar{q} S \bar{c} C_M^{\delta_e}}{mV} \end{array} \right.$$

考虑到  $\gamma$  的模型输出值不能直接使用的问题, 将式 (33) 进一步改写为如下形式:

$$\dot{\tilde{Q}} = f_Q(V, \hat{\gamma}, \theta, \phi) + g_Q(V) \delta_e + \bar{d}_Q - \dot{Q}_{cmd} \quad (34)$$

其中

$$\left\{ \begin{array}{l} f_Q(V, \hat{\gamma}, \theta, \phi) = \frac{z_T T(\hat{\gamma}, \theta, \phi)}{I_{yy}} + \\ \frac{\bar{q} S \bar{c} [C_M^{\alpha^2}(\theta - \hat{\gamma})^2 + C_M^\alpha(\theta - \hat{\gamma}) + C_M^0]}{I_{yy}} \\ \bar{d}_Q = d_Q + f_Q(V, \gamma, \theta, \phi) - f_Q(V, \hat{\gamma}, \theta, \phi) \end{array} \right.$$

对于式 (34) 中的控制量  $\delta_e$ , 受伺服系统物理特性限制, 其大小受限于表 1 所示饱和边界约束. 根据式 (7), 升降舵实际摆角  $\delta_e$  可重新表示为

$$\delta_e = v + d_\delta \quad (35)$$

其中

$$d_\delta = \begin{cases} -v + \underline{\delta}_e, & v \leq \underline{\delta}_e \\ 0, & \underline{\delta}_e < v < \bar{\delta}_e \\ -v + \bar{\delta}_e, & v \geq \bar{\delta}_e \end{cases} \quad (36)$$

对于  $v$ , 根据式 (5), 其大小由控制指令  $u$  决定. 限制控制指令  $u$  的大小范围为:

$$u = \begin{cases} \underline{\delta}_e - \bar{p}, & u_c \leq \underline{\delta}_e \\ \bar{\delta}_e + \bar{p}, & u_c \geq \bar{\delta}_e \\ u_c, & \underline{\delta}_e < u_c < \bar{\delta}_e \end{cases} \quad (37)$$

式中,  $u_c$  为待设计的不受限控制指令. 在式 (37) 的限制下, 由假设 1 可知  $d_\delta$  是有界的; 令  $d_u = \beta(t-T)p(\theta, \gamma, Q, u)$ , 由假设 1 可知  $d_u$  是有界的, 且  $\partial v / \partial u > 0$ . 则式 (34) 可表达为:

$$\dot{\tilde{Q}} = f_Q + g_Q u + \Delta_Q - \dot{Q}_{cmd} \quad (38)$$

式中,  $\Delta_Q = \bar{d}_Q + g_Q(d_\delta + d_u)$ .

**注 3.** 对于式 (37) 所设计的控制指令  $u$  的限制范围, 需要综合考虑舵面控制能力和对干扰项  $\Delta_Q$  的影响. 一方面, 若  $u$  的边界值较小, 则有可能出现  $u$  已达到边界值而实际控制舵面摆角  $\delta_e$  未达到饱和和值的情况, 这相当于限制了升降舵的控制能力, 在实际应用中应尽量避免; 另一方面, 若  $u$  的边界值较大, 可能会出现  $u$  未达到边界值, 而实际控制舵面摆角  $\delta_e$  已达到饱和的情况, 这会提高  $d_\delta$  可能的最大幅值, 进而提高  $\Delta_Q$  可能的最大幅值. 对于以上两点, 式 (37) 所规定的  $u$  的范围可以保证摆角  $\delta_e$  在任何情况下可以达到其能够达到的最大摆角, 同时最大限度地降低  $\Delta_Q$  可能的最大幅值.

考虑到  $u$  需满足式 (37) 所示约束, 引入如下辅助系统:

$$\dot{\xi}_u = -k_2 \xi_u + g_Q(u - u_c) \quad (39)$$

式中,  $\xi_u$  为辅助状态,  $k_2 > 0$  为待设计增益. 引入辅助状态  $\xi_u$  后, 为提高控制精度, 将式 (30) 所示初步设计的  $Q_{cmd}$  控制律改进为:

$$Q_{cmd} = -k_\theta \tilde{\theta} - \xi_u - g_\gamma \mu_\gamma + \chi_{\theta 2} \quad (40)$$

为估计干扰项  $\Delta_Q$ , 首先引入如下跟踪微分器在线估计俯仰角速度的一阶导数:

$$\begin{cases} \dot{\chi}_{Q1} = \chi_{Q2} \\ \dot{\chi}_{Q2} = -R_Q^2 \left[ a_{Q1}(\chi_{Q1} - Q) + a_{Q2} \frac{\chi_{Q2}}{R_Q} \right] \end{cases} \quad (41)$$

式中,  $\chi_{Q1}$ 、 $\chi_{Q2}$  为微分器状态,  $R_Q > 0$ ,  $a_{Q1} > 0$ ,  $a_{Q2} > 0$  为设计参数. 定义  $e_{Q1} = \chi_{Q1} - Q$ ,  $e_{Q2} = \chi_{Q2} - \dot{Q}$ , 误差  $e_{Q1}$ 、 $e_{Q2}$  是有界的, 满足:

$$|e_{Q1}| \leq \bar{e}_{Q1}, |e_{Q2}| \leq \bar{e}_{Q2} \quad (42)$$

式中,  $\bar{e}_{Q1}$ 、 $\bar{e}_{Q2}$  表示估计误差上界.

定义新的误差量  $z_Q = \tilde{Q} - \xi_u$ , 由  $g_Q$  的形式可知  $g_Q > 0$ , 则  $u_c$  的控制律可设计为:

$$u_c = g_Q^{-1} \left( -k_Q z_Q - f_Q - \tilde{\theta} + \chi_{Qc2} - \hat{\Delta}_Q - k_2 \xi_u \right) \quad (43)$$

式中,  $k_Q > 0$  为待设计增益,  $\hat{\Delta}_Q$  为  $\Delta_Q$  的估计值, 通过下式计算:

$$\hat{\Delta}_Q = \chi_{Q2} - f_Q - g_Q u \quad (44)$$

**注 4.** 对于干扰项  $\Delta_V$ 、 $\Delta_\gamma$  和  $\Delta_Q$ , 现有方法一般设计估计策略对其进行在线估计, 但这些方法大都需要使用气流角作为估计器的组成部分<sup>[7, 17, 25]</sup>. 此外, 部分研究<sup>[7-8, 16-17, 25]</sup> 中需要假设干扰项的导数存在, 然而, 由于干扰项的形式可知, 当控制量触发饱和时, 其导数并不存在. 本文设计的式 (21)、式 (26)

和式 (44) 干扰估计方法能够适应气流角测量不准确以及干扰项不光滑的情况。

综合以上控制策略, 图 1 给出了本文设计的输出反馈控制器结构图。

### 3 稳定性分析

首先分析式 (19) 和式 (39) 中辅助状态  $\xi_V$  和  $\xi_u$  的稳定性, 给出如下定理:

**定理 1.** 若控制量  $\phi$  的饱和时间  $t_\phi$  是有界的, 则式 (19) 所示辅助状态  $\xi_V$  是有界的; 若控制量  $u$  的饱和时间  $t_u$  是有界的, 则式 (39) 所示辅助状态  $\xi_u$  是有界的。

**证明.** 考虑 Lyapunov 函数  $W_{\xi_V} = \xi_V^2/2$ , 对其求导可得:

$$\dot{W}_{\xi_V} = \xi_V \dot{\xi}_V = -k_1 \xi_V^2 + g_V (\phi - \phi_c) \xi_V \quad (45)$$

在有限时间  $t_\phi$  内,  $g_V (\phi - \phi_c)$  是有界的. 设  $|g_V (\phi - \phi_c)| \leq \vartheta (t_\phi)$ , 则当  $|\xi_V| > \vartheta/k_1$  时, 有  $\dot{W}_{\xi_V} < 0$ , 这表明状态  $\xi_V$  是有界的. 而对于辅助状态  $\xi_u$ , 基于同样的分析方式可知, 当控制量  $u$  出现有限时间饱和时  $\xi_u$  是有界的.  $\square$

接着, 定义干扰估计误差  $\tilde{\Delta}_V = \hat{\Delta}_V - \Delta_V$ ,  $\tilde{\Delta}_\gamma = \hat{\Delta}_\gamma - \Delta_\gamma$ ,  $\tilde{\Delta}_Q = \hat{\Delta}_Q - \Delta_Q$ , 分析其稳定性, 给出如下定理:

**定理 2.** 通过式 (21)、式 (26) 和式 (44) 得到的干扰估计值导致的干扰估计误差  $\tilde{\Delta}_V$ 、 $\tilde{\Delta}_\gamma$ 、 $\tilde{\Delta}_Q$  是有界稳定的。

**证明.** 对于干扰误差  $\tilde{\Delta}_V = \hat{\Delta}_V - \Delta_V$ , 由式 (11) 和式 (18) 可得:

$$\begin{aligned} \tilde{\Delta}_V &= \hat{\Delta}_V - \Delta_V = (\chi_{V2} - f_V - g_V \phi) - \\ &(\dot{V} - f_V - g_V \phi) = e_{V2} \end{aligned} \quad (46)$$

有界, 因此误差量  $\tilde{\Delta}_V$  是有界稳定的, 满足  $|\tilde{\Delta}_V| \leq \bar{e}_{V2}$ .

对于干扰误差  $\tilde{\Delta}_\gamma = \hat{\Delta}_\gamma - \Delta_\gamma$ , 由式 (23) 和式 (26) 可得:

$$\begin{aligned} \tilde{\Delta}_\gamma &= \hat{\Delta}_\gamma - \Delta_\gamma = (\dot{\gamma} - f_\gamma - g_\gamma \theta) - \\ &(\dot{\gamma} - f_\gamma - g_\gamma \theta) = \sigma_2 \end{aligned} \quad (47)$$

由式 (16) 可知  $\sigma_2$  有界, 因此误差量  $\tilde{\Delta}_\gamma$  是有界稳定的, 满足  $|\tilde{\Delta}_\gamma| \leq \bar{\sigma}_2$ .

对于干扰误差  $\tilde{\Delta}_Q = \hat{\Delta}_Q - \Delta_Q$ , 由式 (38) 和式 (44) 可得:

$$\begin{aligned} \tilde{\Delta}_Q &= \hat{\Delta}_Q - \Delta_Q = (\chi_{Q2} - f_Q - g_Q u) - \\ &(\dot{Q} - f_Q - g_Q u) = e_{Q2} \end{aligned} \quad (48)$$

由式 (42) 可知  $e_{Q2}$  有界, 因此误差量  $\tilde{\Delta}_Q$  是有界稳定的, 满足  $|\tilde{\Delta}_Q| \leq \bar{e}_{Q2}$ .  $\square$

最后, 分析跟踪误差量  $\tilde{V}$ 、 $\tilde{\gamma}$ 、 $\tilde{\theta}$  和  $\tilde{Q}$  的稳定性, 给出如下定理:

**定理 3.** 若控制量  $\phi$  和  $u$  的饱和时间是有界的, 则由式 (1)、式 (5)、式 (7)、式 (11)、式 (13)、式 (15)、式 (19) ~ (21)、式 (24) ~ (27)、式 (31)、式 (35)、式

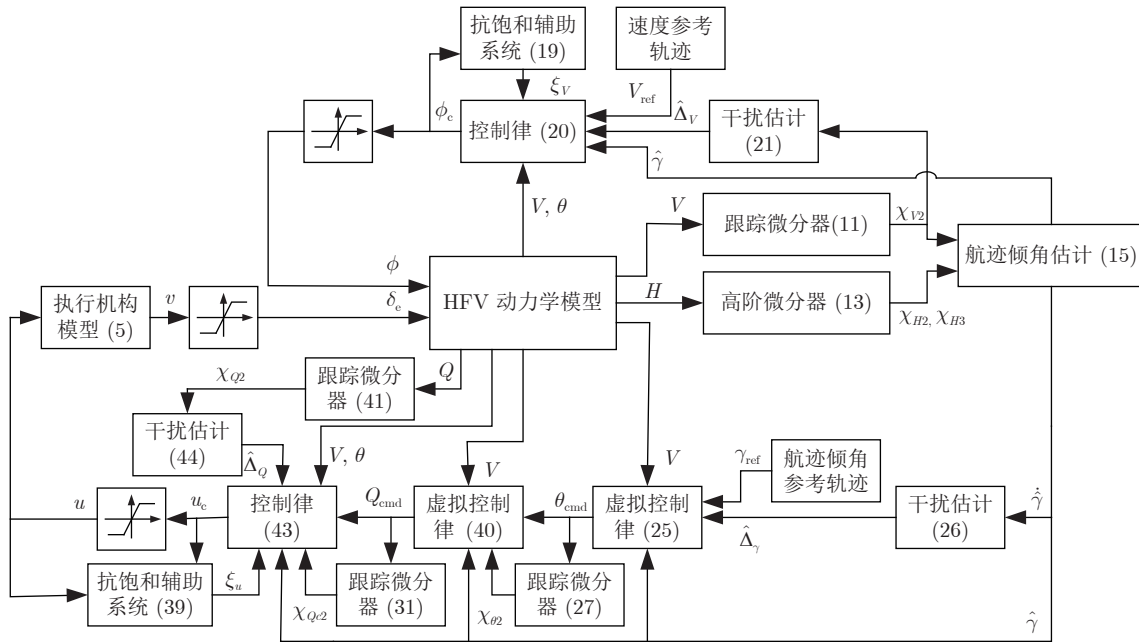


图 1 控制器结构图

Fig.1 Structure diagram of the controller

(39) ~ (41)、式 (43) 和式 (44) 组成的闭环系统中飞行状态跟踪误差  $\tilde{V}$ 、 $\tilde{\gamma}$ 、 $\tilde{\theta}$  和  $\tilde{Q}$  是有界稳定的。

**证明.** 考虑如下 Lyapunov 函数:

$$\begin{cases} W = W_1 + W_2 + W_3 + W_4 \\ W_1 = \frac{z_V^2}{2}, W_2 = \frac{\mu_\gamma^2}{2}, W_3 = \frac{\tilde{\theta}^2}{2}, W_4 = \frac{z_Q^2}{2} \end{cases} \quad (49)$$

对  $W_1$  求导, 由式 (18) 和式 (19) 可得:

$$\begin{aligned} \dot{W}_1 = z_V \dot{z}_V = z_V (f_V + \Delta_V - \\ \dot{V}_{\text{ref}} + k_1 \xi_V + g_V \phi_c) \end{aligned} \quad (50)$$

将式 (20) 代入, 可得:

$$\dot{W}_1 = z_V (-k_V z_V - \tilde{\Delta}_V) \quad (51)$$

对  $W_2$  求导, 由式 (23) 和式 (24), 可得:

$$\begin{aligned} \dot{W}_2 = \mu_\gamma \dot{\mu}_\gamma = \mu_\gamma (\dot{\hat{\gamma}} - \dot{\gamma}_{\text{ref}}) = \mu_\gamma (\dot{\hat{\gamma}} + \sigma_2) = \\ \mu_\gamma (f_\gamma + g_\gamma \theta_{\text{cmd}} + g_\gamma \tilde{\theta} + \Delta_\gamma - \dot{\gamma}_{\text{ref}} + \sigma_2) \end{aligned} \quad (52)$$

将式 (25) 代入, 可得:

$$\dot{W}_2 = \mu_\gamma (-k_\gamma \mu_\gamma - \tilde{\Delta}_\gamma + g_\gamma \tilde{\theta} + \sigma_2) \quad (53)$$

对  $W_3$  求导, 由式 (29) 可得:

$$\dot{W}_3 = \tilde{\theta} \dot{\tilde{\theta}} = \tilde{\theta} (\dot{\tilde{Q}} + Q_{\text{cmd}} - \dot{\theta}_{\text{cmd}}) \quad (54)$$

将式 (40) 代入, 可得:

$$\dot{W}_3 = \tilde{\theta} (z_Q - k_\theta \tilde{\theta} - g_\gamma \mu_\gamma + e_{\theta 2}) \quad (55)$$

对  $W_4$  求导, 由式 (38) 和式 (39) 可得:

$$\begin{aligned} \dot{W}_4 = z_Q \dot{z}_Q = z_Q (f_Q + \Delta_Q - \\ \dot{Q}_{\text{cmd}} + k_2 \xi_u + g_Q u_c) \end{aligned} \quad (56)$$

将式 (43) 代入, 可得

$$\dot{W}_4 = z_Q (-k_Q z_Q - \tilde{\theta} - \tilde{\Delta}_Q + e_{Qc2}) \quad (57)$$

综合式 (51)、式 (53)、式 (55) 和式 (57) 的结果, 可得  $W$  的一阶导数为:

$$\begin{aligned} \dot{W} = \dot{W}_1 + \dot{W}_2 + \dot{W}_3 + \dot{W}_4 = - \\ k_V z_V^2 - \tilde{\Delta}_V z_V - k_\gamma \mu_\gamma^2 - (\tilde{\Delta}_\gamma - \sigma_2) \mu_\gamma - \\ k_\theta \tilde{\theta}^2 + e_{\theta 2} \tilde{\theta} - k_Q z_Q^2 - (\tilde{\Delta}_Q - e_{Qc2}) z_Q \leq - \\ k_V z_V^2 + |\tilde{\Delta}_V| |z_V| - k_\gamma \mu_\gamma^2 + (|\tilde{\Delta}_\gamma| + |\sigma_2|) |\mu_\gamma| - \\ k_\theta \tilde{\theta}^2 + |e_{\theta 2}| |\tilde{\theta}| - k_Q z_Q^2 + (|\tilde{\Delta}_Q| + |e_{Qc2}|) |z_Q| \end{aligned} \quad (58)$$

由定理 2、式 (16)、式 (28) 和式 (32) 可得:

$$\begin{aligned} \dot{W} \leq -k_V z_V^2 + \bar{e}_{V2} |z_V| - k_\gamma \mu_\gamma^2 + 2\bar{\sigma}_2 |\mu_\gamma| - \\ k_\theta \tilde{\theta}^2 + \bar{e}_{\theta 2} |\tilde{\theta}| - k_Q z_Q^2 + (\bar{e}_{Q2} + \bar{e}_{Qc2}) |z_Q| \end{aligned} \quad (59)$$

令  $k = \min(k_V, k_\gamma, k_\theta, k_Q)$ ,  $\mathbf{x} = [|z_V|, |\mu_\gamma|, |\tilde{\theta}|, |z_Q|]^T$ ,  $\mathbf{y} = [\bar{e}_{V2}, 2\bar{\sigma}_2, \bar{e}_{\theta 2}, (\bar{e}_{Q2} + \bar{e}_{Qc2})]^T$ ,  $\varepsilon = \|\mathbf{y}\|_2$ , 根据柯西-施瓦茨不等式  $|\mathbf{x}^T \mathbf{y}| \leq \|\mathbf{x}\|_2 \|\mathbf{y}\|_2$ , 由式 (59) 进一步可得:

$$\begin{aligned} \dot{W} \leq -k \|\mathbf{x}\|_2^2 + \varepsilon \|\mathbf{x}\|_2 \leq \\ - (k - \eta) \|\mathbf{x}\|_2^2 - (\eta \|\mathbf{x}\|_2 - \varepsilon) \|\mathbf{x}\|_2 \end{aligned} \quad (60)$$

式中,  $\eta$  为一选取的常数, 满足  $0 < \eta < k$ . 由式 (60) 可知, 对  $\forall \|\mathbf{x}\|_2 \geq \varepsilon/\eta$ , 有:

$$\dot{W} \leq - (k - \eta) \|\mathbf{x}\|_2^2 < 0 \quad (61)$$

这即证明误差量  $z_V$ 、 $\mu_\gamma$ 、 $\tilde{\theta}$  和  $z_Q$  是有界稳定的. 而由式 (16) 已知  $\sigma_1$  是有界的; 由定理 1 已知, 当控制量  $\phi$  和  $u$  的饱和时间有界时,  $\xi_V$ 、 $\xi_u$  是有界的. 因此, 误差量  $\tilde{V} = z_V - \xi_V$ ,  $\tilde{\gamma} = \mu_\gamma + \sigma_1$ ,  $\tilde{Q} = z_Q - \xi_u$  也是有界稳定的.  $\square$

## 4 仿真校验

本节通过对比仿真实验检验所设计方法的有效性. 仿真模型基于式 (1) ~ (4) 建立, 仿真模型中考虑控制舵摆角对  $C_D$  的影响, 即

$$\begin{aligned} C_D = C_D^{\alpha^2} \alpha^2 + C_D^\alpha \alpha + C_D^{\delta_c^2} \delta_c^2 + C_D^{\delta_c} \delta_c + \\ C_D^{\delta_c^2} \delta_c^2 + C_D^{\delta_c} \delta_c + C_D^0 \end{aligned} \quad (62)$$

具体飞行器总体和气动参数采用文献 [29] 附表中提供的数据. 仿真初值设置为:

$$\begin{cases} V_0 = 2347.57 \text{ m/s}, \gamma_0 = 0^\circ \\ \theta_0 = 1.58^\circ, Q_0 = 0 \text{ (}^\circ\text{)/s} \\ \phi_0 = 0.28, u_0 = 4.30^\circ \end{cases} \quad (63)$$

式 (5) 中函数  $p(\cdot)$  设置为

$$p(\theta, \gamma, Q, u) = 0.5 \sin[3u + (\theta - \gamma)Q] \quad (64)$$

函数  $\beta(\cdot)$  中参数  $T_1$  和  $T_2$  分别设置为  $T_1 = 7 \text{ s}$ ,  $T_2 = 8 \text{ s}$ , 假设 1 中参数  $\bar{p}$  设置为 0.5. 参考轨迹  $V_{\text{ref}}$  和  $\gamma_{\text{ref}}$  设置为:

$$\begin{cases} V_{\text{ref}} = \left[ 2340.6 + \frac{12}{1 + e^{(0.7t-7)}} - \frac{5}{1 + e^{(0.75t-15)}} \right] \text{ m/s} \\ \gamma_{\text{ref}} = \left[ -\frac{4}{1 + e^{(t-10)}} + \frac{4}{1 + e^{(0.6t-15)}} \right]^\circ \end{cases} \quad (65)$$

仿真时, 模型气动参数偏差取-20%, 模型简化



及外部环境干扰造成的影响设置为:

$$\begin{cases} \bar{d}_{V,p} = -0.15e^{-0.001t^2} \sin(57.3t) \text{ m/s}^2 \\ \bar{d}_{\gamma,p} = 0.005e^{-0.001t^2} \sin(57.3t) \text{ (}^\circ\text{)/s} \\ \bar{d}_{Q,p} = 0.2e^{-0.001t^2} \sin(57.3t) \text{ (}^\circ\text{)/s}^2 \end{cases}$$

$$\bar{d}_{V,q} = \begin{cases} -0.36 \times \sin\left[\frac{(t-9)\pi}{2}\right] \text{ m/s}^2, & 9 \leq t < 11 \\ 0.36 \times \sin\left[\frac{(t-28)\pi}{2}\right] \text{ m/s}^2, & 28 \leq t < 30 \\ 0 \text{ m/s}^2, & \text{其他} \end{cases}$$

$$\bar{d}_{\gamma,q} = \begin{cases} -0.0075 \times \sin\left[\frac{(t-9)\pi}{2}\right] \text{ (}^\circ\text{)/s}, & 9 \leq t < 11 \\ 0.003 \times \sin\left[\frac{(t-28)\pi}{2}\right] \text{ (}^\circ\text{)/s}, & 28 \leq t < 30 \\ 0 \text{ (}^\circ\text{)/s}, & \text{其他} \end{cases}$$

$$\bar{d}_{Q,q} = \begin{cases} 0.75 \times \sin\left[\frac{(t-9)\pi}{2}\right] \text{ (}^\circ\text{)/s}^2, & 9 \leq t < 11 \\ -0.3 \times \sin\left[\frac{(t-28)\pi}{2}\right] \text{ (}^\circ\text{)/s}^2, & 28 \leq t < 30 \\ 0 \text{ (}^\circ\text{)/s}^2, & \text{其他} \end{cases}$$

上述干扰项设置中,  $\bar{d}_{V,p}$ 、 $\bar{d}_{\gamma,p}$  和  $\bar{d}_{Q,p}$  模拟了因模型简化造成的平稳型干扰因素.  $\bar{d}_{V,q}$ 、 $\bar{d}_{\gamma,q}$  和  $\bar{d}_{Q,q}$  模拟了对飞行状态影响较大的切变风干扰因素. 上述干扰项作为模型扰动项的一部分加至式 (1) 模型中.

选取文献 [17] 方法作为对比方法与本文方法进行控制效果对比. 两种方法的控制器参数设置见表 2.

表 2 控制器参数设置

Table 2 Parameter settings of controllers

控制方法	控制器参数
本文方法	$k_V = 5, k_\gamma = 1.5, k_\theta = k_Q = 5, k_1 = 10, k_2 = 10,$ $R_H = 100, a_{H1} = a_{H2} = 6, a_{H3} = 4, R_V = 100,$ $R_\theta = R_{Qc} = 10, R_Q = 50, a_{V1} = a_{V2} = 5,$ $a_{\theta 1} = a_{Qc1} = a_{Q1} = a_{\theta 2} = a_{Qc2} = a_{Q2} = 5.$
对比方法 <sup>[17]</sup>	$k'_1 = 5, k_1 = 1.5, k_2 = k_3 = 5, \varepsilon = \varepsilon' = 0.25,$ $\iota = \iota' = 0.5, M_0 = 15, M'_0 = 1.2,$ $\mu_{i1} = \mu_{i2} = 1, i = 2, 3, \theta_{j1} = \theta_{j2} = 1, j = 1, 2, 3,$ $\theta'_1 = \theta'_2 = 10, \Delta t_1 = \Delta t_2 = \Delta t_3 = 0.2.$

仿真过程中, 为模拟航迹倾角测量不准确的实际情况, 在航迹倾角的模型输出量上增加一个  $0.02^\circ$  的模拟测量偏差. 对比实验共进行 3 组仿真: 情形

1 表示采用本文设计方法的仿真; 情形 2 表示采用对比方法的仿真; 情形 3 表示采用对比方法, 但在航迹倾角的模型输出量上不加入模拟测量偏差的仿真. 仿真结果如图 2 ~ 13 所示:

图 2 和图 3 分别给出了速度和航迹倾角状态的跟踪对比情况. 结合式 (65) 可以看出, 速度轨迹在  $t = 10 \text{ s}$  和  $t = 20 \text{ s}$  附近变化较快, 航迹倾角轨迹在  $t = 10 \text{ s}$  和  $t = 25 \text{ s}$  附近变化较快.

图 4 和图 5 分别给出了速度跟踪误差和速度子

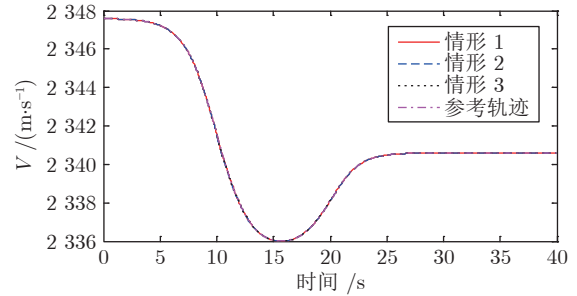


图 2 速度跟踪曲线

Fig. 2 Tracking curves of velocity

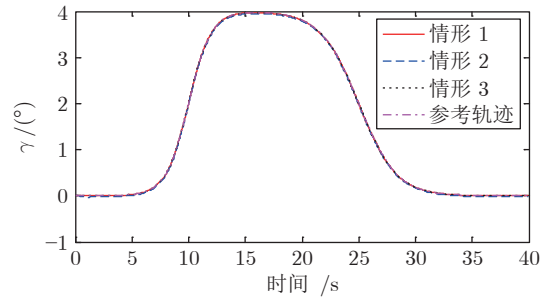


图 3 航迹倾角跟踪曲线

Fig. 3 Tracking curves of flight path angle

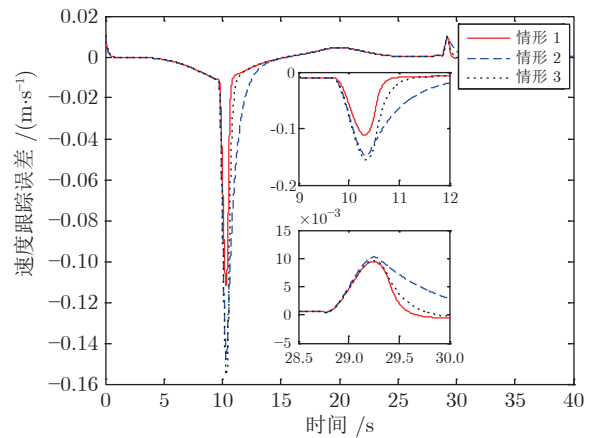


图 4 速度跟踪误差曲线

Fig. 4 Curves of velocity tracking errors

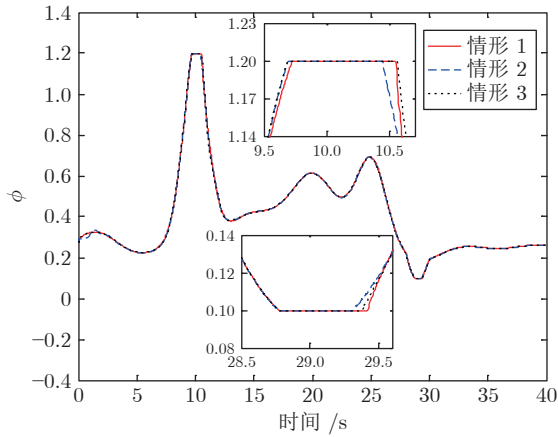


图 5 控制量燃料空气混合比曲线

Fig.5 Curves of the control variable fuel-to-air ratio

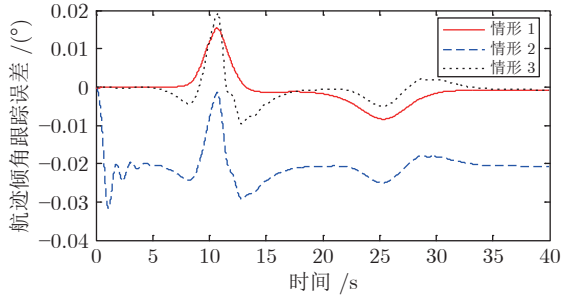


图 6 航迹倾角跟踪误差曲线

Fig.6 Curves of flight path angle tracking errors

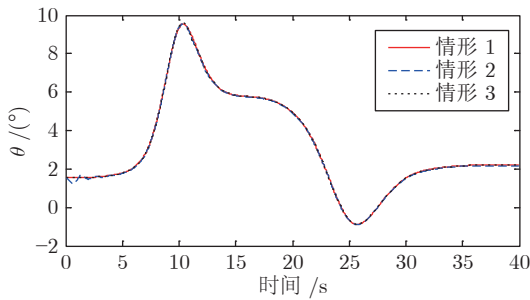


图 7 俯仰角曲线

Fig.7 Curves of pitch angle

系统控制量  $\phi$  的对比曲线. 可以看出, 当控制量  $\phi$  未发生饱和时, 3 种仿真状态飞行速度的跟踪误差均较小, 且差异很小. 在  $t = 10\text{ s}$  和  $t = 29\text{ s}$  附近, 受切变形外部干扰  $\bar{d}_{V,q}$  的影响, 3 种仿真状态的控制量均出现了短时间的饱和情况, 进而引起速度跟踪误差有明显增大现象; 由于在  $t = 10\text{ s}$  附近参考轨迹变化较快且控制量饱和时间更长, 因此  $t = 10\text{ s}$  附近速度跟踪误差较  $t = 29\text{ s}$  附近更大. 放大  $t = 10\text{ s}$  和  $t = 29\text{ s}$  时刻前后的曲线可以看出, 3 种

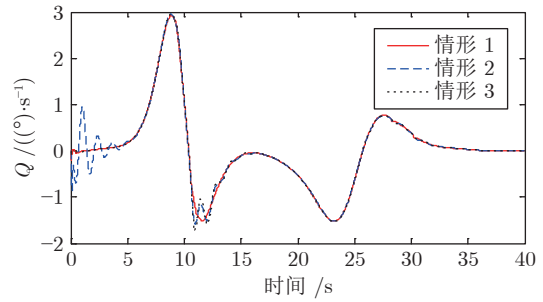


图 8 俯仰角速度曲线

Fig.8 Curves of pitch rate

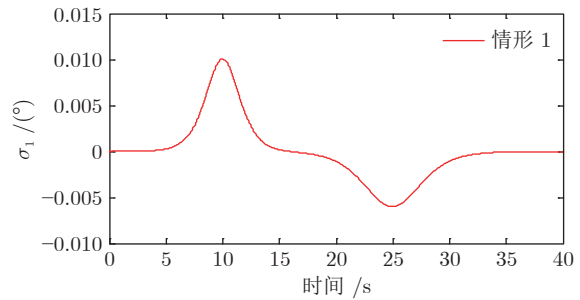


图 9 航迹倾角估计误差曲线

Fig.9 Curves of the estimated error of flight path angle

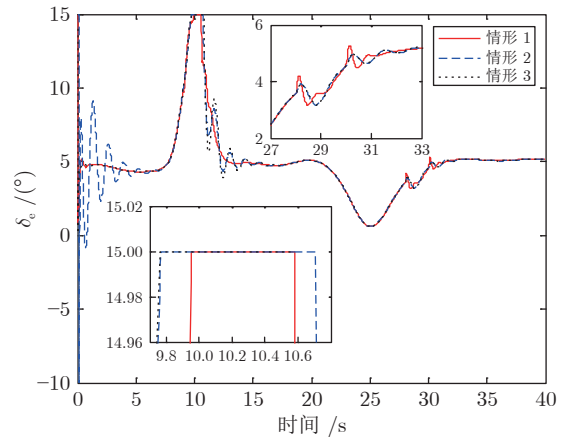


图 10 控制量升降舵摆角曲线

Fig.10 Curves of the control variable deflection of elevator

仿真情形中控制量  $\phi$  发生饱和的初始时刻和饱和时长相差不大, 而情形 1 因控制量饱和引起的速度跟踪误差明显较小; 考虑到当控制量  $\phi$  未发生饱和时 3 种仿真状态的控制效果差异很小, 说明式 (19) 所示抗饱和和辅助系统在控制量达到饱和时起到了有益作用.

图 6 ~ 8 分别给出了航迹倾角跟踪误差、俯仰角和俯仰角速度的对比曲线, 可以看出各状态均保

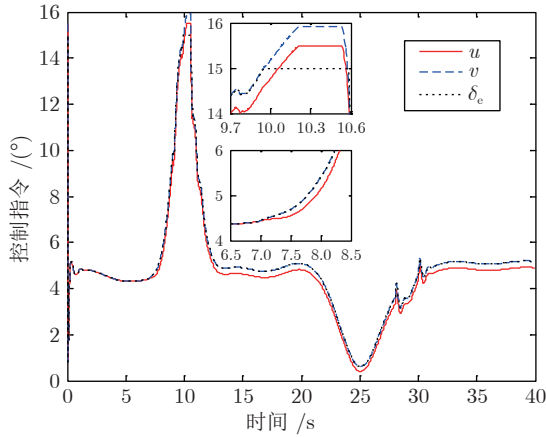


图 11 本文方法航迹倾角子系统控制指令曲线  
Fig.11 Curves of flight path angle subsystem control commands under proposed method

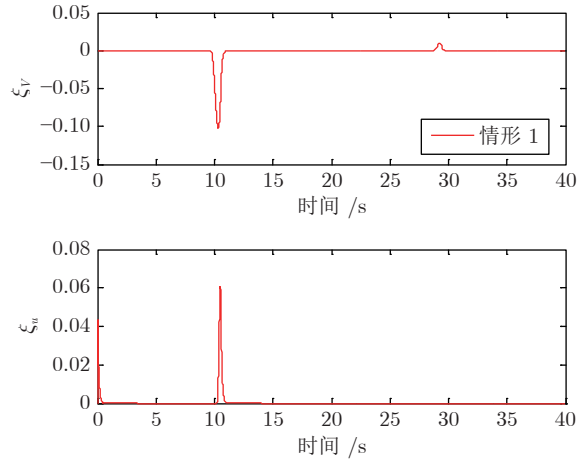


图 13 本文方法抗饱和补偿信号曲线  
Fig.13 Curves of anti-windup compensated signals under proposed method

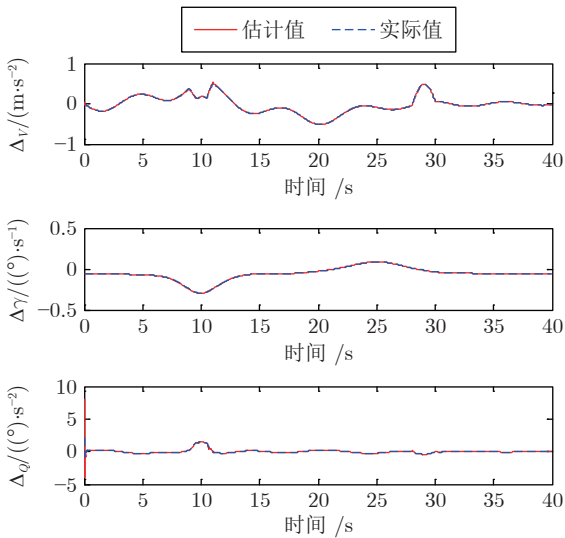


图 12 本文方法总干扰项估计曲线  
Fig.12 Estimated curves of the lumped disturbances under proposed method

持稳定;图 9 给出了情形 1 中航迹倾角估计误差  $\sigma_1$  的曲线. 由图 6 可以看出, 情形 1 和情形 3 的跟踪效果均较好, 当航迹倾角变化平稳时两者的跟踪误差均较小. 两者跟踪误差较明显时段均出现在航迹倾角变化较大的时段内, 但两者跟踪误差的变化趋势存在明显不同. 这是因为影响情形 1 航迹倾角跟踪误差的主要因素是航迹倾角估计误差, 由图 3 和图 9 可以看出, 当航迹倾角变化较大时, 航迹倾角的估计误差较大, 进而导致图 6 中航迹倾角的跟踪误差较大. 而对于情形 3 中采用的对比方法, 引言中已述及, 其在俯仰角速度变化较快的情况下控制效果较差, 这是影响情形 3 航迹倾角跟踪误差的主

要因素. 相较情形 1 和情形 3, 图 6 中情形 2 的结果明显较差. 由图 6 可以看出, 模拟的  $+0.02^\circ$  航迹倾角测量误差贯穿全程, 这是由于对比方法的控制方案中各环节使用的都是含测量误差的航迹倾角测量值, 实际控制效果降低的也是含测量误差的航迹倾角与参考值之间的误差. 比较图 6 中的结果可知, 气流角测量误差会严重影响控制品质, 必须在控制器设计过程中予以考虑; 而本文方法设计的控制器方案能够更好地适应工程实际应用的需要, 取得更好的控制效果.

图 10 给出了控制量升降舵偏角  $\delta_e$  的结果曲线. 可以看出, 情形 2 中初始阶段控制量存在明显的振荡, 这是由于情形 2 考虑了测量误差的影响, 存在  $0.02^\circ$  航迹倾角初始偏差所致. 对于 3 种仿真状态, 在  $t = 10\text{ s}$  附近, 受切变形外部干扰  $\bar{d}_\gamma$  和  $\bar{d}_Q$  的影响, 控制量均出现了短暂的饱和情况; 在  $t = 29\text{ s}$  附近, 同样因切变形外部干扰的影响, 控制量均出现了短暂的超调现象. 综合图 5 和图 10 的结果可知, 本文设计的方法能够在控制量出现有限时间饱和情况时保证飞行稳定性.

图 11 给出了使用本文方法 (情形 1) 时航迹倾角子系统各控制指令  $u$ 、 $v$  和  $\delta_e$  的结果曲线. 可以看出, 在  $t = 7\text{ s}$  时刻前三者是相同的; 在  $t = 7\text{ s}$  时刻激发执行机构未知模态后, 受函数  $p(\cdot)$  的影响,  $u$  和  $v$ 、 $\delta_e$  之间出现了一定的差距; 在执行机构饱和情况发生时,  $\delta_e = 15^\circ$ , 说明指令  $u$  没有限制升降舵的控制能力. 在  $t = 9.8\text{ s}$  时刻附近控制量存在一个小的波动, 对照图 5 可知, 是由于该时刻时控制量  $\phi$  达到饱和, 导致模型参数  $f_Q$ 、 $\Delta_Q$  变化不光滑, 进而引起控制量  $\delta_e$  出现超调所致.

图 12 给出了使用本文方法时系统干扰项  $\Delta_V$ 、 $\Delta_\gamma$ 、 $\Delta_Q$  的估计曲线. 可以看出, 本文设计的式 (21)、式 (26) 和式 (44) 的干扰估计方法, 能够较好地跟踪干扰项的实际值, 跟踪误差较小.

图 13 给出了使用本文方法时抗饱和补偿信号  $\xi_V$  和  $\xi_u$  的结果曲线. 可以看出, 当控制量出现饱和情况时,  $\xi_V$  和  $\xi_u$  对控制量进行了补偿; 又考虑到增益  $k_1 > k_V$ ,  $k_2 > k_Q$ , 由式 (20) 和式 (43) 可知, 补偿效果为增大控制量的幅值以更快减小跟踪误差. 控制量脱离饱和状态后, 补偿信号能快速收敛至 0 附近, 保持稳定.

## 5 结束语

本文针对非仿射 HFV 轨迹跟踪控制问题, 面向工程实际需求, 提出了一种无需气流角测量值和考虑执行机构饱和特性的输出反馈控制方法. 通过对比仿真实验验证了所设计方法在航迹倾角测量精度较差和控制量发生饱和的情况下仍具有良好的控制性能. 与现有的针对非仿射 HFV 轨迹跟踪控制问题的控制方案相比, 所设计方法解决了工程实际中气流角测量精度差以及执行机构存在不确定非线性动态和饱和特性的问题, 具有更好的工程应用前景.

## References

- Luo Yi, Tan Xian-Si, Wang Hong, Qu Zhi-Guo. Search method for hypersonic vehicle based on information geometry. *Acta Automatica Sinica*, 2020, **48**(6): 1520–1529 (罗艺, 谭贤四, 王红, 曲智国. 基于信息几何的高超声速飞行器搜索方法. *自动化学报*, 2020, **48**(6): 1520–1529)
- Zhao Liang-Yu, Yong En-Mi, Wang Bo-Lan. Some achievements on interception of near space hypersonic vehicles. *Journal of Astronautics*, 2020, **41**(10): 1239–1250 (赵良玉, 雍恩米, 王波兰. 反临近空间高超声速飞行器若干研究进展. *宇航学报*, 2020, **41**(10): 1239–1250)
- Lu Yao, Jia Zhi-Qiang, Liu Xiao-Dong, Lu Kun-Feng. Backstepping control for hypersonic vehicles without online differentiation. *Journal of Astronautics*, 2022, **43**(1): 103–110 (路遥, 贾志强, 刘晓东, 路坤锋. 高超声速飞行器无在线求导 backstepping 控制方法. *宇航学报*, 2022, **43**(1): 103–110)
- Liu Kai, Guo Jian, Zhou Wen-Ya, She Zhi-Yong. Investigation on ascent guidance law for air-breathing combined-cycle hypersonic vehicle. *Journal of Astronautics*, 2020, **41**(8): 1023–1031 (刘凯, 郭健, 周文雅, 余志勇. 吸气式组合动力高超声速飞行器上升段制导方法研究. *宇航学报*, 2020, **41**(8): 1023–1031)
- Tang Jia-Jun, Liu Yan-Bin, Cao Rui, Lu Yu-Ping, Zhu Hong-Xu, Yi Chun-Lun. Robust optimization of key mission points in climbing phase for air-breathing hypersonic vehicle. *Journal of Astronautics*, 2020, **41**(5): 507–520 (汤佳骏, 刘燕斌, 曹瑞, 陆宇平, 朱鸿绪, 衣春轮. 吸气式高超声速飞行器爬升段关键任务点的鲁棒优化. *宇航学报*, 2020, **41**(5): 507–520)
- Mannava A, Serrani A. A modular adaptive control design with ISS analysis for nonminimum phase hypersonic vehicle models. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 2018, **32**(6): 816–838
- Hu Q L, Meng Y, Wang C L, Zhang Y M. Adaptive backstepping control for air-breathing hypersonic vehicles with input nonlinearities. *Aerospace Science and Technology*, 2018, **73**: 289–299
- Lu Y. Disturbance observer-based backstepping control for hypersonic flight vehicles without use of measured flight path angle. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2021, **34**(2): 396–406
- Basin M V, Yu P, Shtessel Y B. Hypersonic missile adaptive sliding mode control using finite-and-fixed-time observers. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2018, **65**(1): 930–941
- Sachan K, Padhi R. Nonlinear robust neuro-adaptive flight control for hypersonic vehicles with state constraints. *Control Engineering Practice*, 2020, **102**: 104526
- Zeng Zhe-Zhao, Liu Wen-Jue. Self-coupling PID controllers. *Acta Automatica Sinica*, 2021, **47**(2): 404–422 (曾喆昭, 刘文珏. 自耦 PID 控制器. *自动化学报*, 2021, **47**(2): 404–422)
- Ghavidel H F. A modeling error-based adaptive fuzzy observer approach with input saturation analysis for robust control of affine and non-affine systems. *Soft Computing*, 2020, **24**(3): 1717–1735
- Gil P, Oliveira T, Palma L. Adaptive neuro-fuzzy control for discrete-time nonaffine nonlinear systems. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2019, **27**(8): 1602–1615
- Ghavidel H F, Kalat A A. Observer-based hybrid adaptive fuzzy control for affine and nonaffine uncertain nonlinear systems. *Neural Computing & Applications*, 2018, **30**(4): 1187–1202
- Ran M P, Wang Q, Dong C Y. Active disturbance rejection control for uncertain nonaffine-in-control nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2017, **62**(11): 5830–5836
- Zhang S, Wang Q, Dong C Y. Extended state observer based control for generic hypersonic vehicles with nonaffine-in-control character. *ISA Transactions*, 2018, **80**: 127–136
- Liu Y A, Wang Q, Hu C H, Dong C Y. ESO-based fault-tolerant anti-disturbance control for air-breathing hypersonic vehicles with variable geometry inlet. *Nonlinear Dynamics*, 2019, **98**: 2293–2308
- Bu X W. Guaranteeing prescribed output tracking performance for air-breathing hypersonic vehicles via non-affine backstepping control design. *Nonlinear Dynamics*, 2018, **91**: 525–538
- Wang Y H, Chen M, Wu Q X, Zhang J. Fuzzy adaptive non-affine attitude tracking control for a generic hypersonic flight vehicle. *Aerospace Science and Technology*, 2018, **80**: 56–66
- Lu Yao, Liu Xiao-Dong, Lu Kun-Feng. An attitude control method for non-affine hypersonic flight vehicles. *Journal of Astronautics*, 2021, **42**(1): 132–140 (路遥, 刘晓东, 路坤锋. 一种非仿射高超声速飞行器姿态控制方法. *宇航学报*, 2021, **42**(1): 132–140)
- Wang Y Y, Hu J B. Improved prescribed performance control for air-breathing hypersonic vehicles with unknown deadzone input nonlinearity. *ISA Transactions*, 2018, **79**: 95–107
- Bu X W. Guaranteeing prescribed performance for air-breathing hypersonic vehicles via an adaptive non-affine tracking controller. *Acta Astronautica*, 2018, **151**: 368–379

- 23 Zong Q, Ji Y H, Zeng F L, Liu H L. Output feedback back-stepping control for a generic hypersonic vehicle via small-gain theorem. *Aerospace Science and Technology*, 2012, **23**: 409–417
- 24 Sun J L, Yi J Q, Pu Z Q, Liu Z. Adaptive fuzzy nonsmooth backstepping output-feedback control for hypersonic vehicles with finite-time convergence. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2020, **28**(10): 2320–2334
- 25 Tian J Y, Zhang S F, Zhang Y H, Li T. Active disturbance rejection control based robust output feedback autopilot design for airbreathing hypersonic vehicles. *ISA Transactions*, 2018, **74**: 45–59
- 26 He J J, Qi R Y, Jiang B, Qian J S. Adaptive output feedback fault-tolerant control design for hypersonic flight vehicles. *Journal of the Franklin Institute*, 2015, **352**: 1811–1835
- 27 Rodriguez A A, Dickeson J J, Chifdalo O, McCullen R, Benavides J, Sridharan S, et al. Modeling and control of scramjet-powered hypersonic vehicles: challenges, trends, and tradeoffs. In: Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit. Honolulu, USA: AIAA, 2008. 1–40
- 28 Stephen A W, Timothy R M. Measurement Uncertainty and Feasibility Study of a Flush Airdata System for a Hypersonic Flight Experiment. NASA TM-4627, USA, 1994
- 29 Parker J T, Serrani A, Yurkovich S, Bolender M A, Doman D B. Control-oriented modeling of an air-breathing hypersonic vehicle. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2007, **30**(3): 857–869
- 30 Wang X H, Chen Z Q, Yuan Z Z. Design and analysis for new discrete tracking-differentiators. *Applied Mathematics-A Journal of Chinese Universities Series B*, 2003, **18**(2): 214–222



路 遥 北京航天自动控制研究所高级工程师。主要研究方向为非线性控制理论及其在飞行控制中的应用。

E-mail: luyaosacred@126.com

(LU Yao Senior engineer at Beijing Aerospace Automatic Control Institute. His research interest covers nonlinear control theory and its application in flight control.)